

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS: SOBRE APRENDER E ENSINAR CONCEITOS

Zélia Granja Porto – UFPE

Rosângela Tenório de Carvalho - UFPE

Introdução

10.720... Esta foi a resposta dada por um aluno da 8ª série de uma escola do Recife ao resolver o problema da quantidade de peças produzidas por uma máquina em 4,5 dias, a 670 peças por dia de 8 horas. O estudante respondeu: "670x4 (referindo-se aos 4 dias) dá 2.680; vezes 4 (referindo-se às 4 horas correspondentes à metade de um dia de 8 horas) dá 10.720". (O procedimento correto seria: $670 \times 4,5$). (Ceci, S., Schliemann, A., Porto, Z., Bown, M., Nunes, S. E Porres, V., 1993).

Apesar de ter sua resposta contestada, o estudante confirma o resultado justificando "que o trabalho está bastante adiantado". O estudante resolveu o problema por multiplicações sucessivas. Embora não seguindo o procedimento escolar, a resposta do problema seria aceitável, caso a representação numérica decimal fosse adequada. O estudante registra horas inteiras como se fossem décimos de dias. Falta-lhe a compreensão de que as operações matemáticas dos problemas têm como referência uma única unidade de medida - "dias".

O desempenho algumas vezes desconcertante dos estudantes na resolução de problemas matemáticos remete-nos a questões que vão além da complexidade inerente ao sistema de representação dos números. Por exemplo, a dificuldade de compreender problemas matemáticos reflete também práticas escolares que priorizam a manipulação de símbolos desvinculados das quantidades que representam, através da memorização de regras e algoritmos que limitam o acesso dos estudantes ao significado dos símbolos e a sua relação com as situações nas quais são usados. Tais práticas assumem uma dicotomia entre conhecer e fazer, e o conhecimento independente das situações nas quais é construído e usado.

Sabemos que quando se aprende de uma forma puramente memorística o que se pode ser capaz de fazer é representar ou utilizar mecanicamente o que se está fazendo ou dizendo. A aprendizagem significativa de um conteúdo qualquer implica inevitavelmente em sua memorização compreensiva ou armazenamento numa rede ampla de significados.

Partimos da concepção de que compreender é construir significados. Em contraste com a definição clássica de significado como produto puramente cognitivo, decorrente de relações abstratas que os indivíduos constroem entre os símbolos e seus referentes, concebemos que os significados são gerados a partir das relações entre mente, ambiente sócio cultural e atividade.

Desta forma, os significados não estão nas relações entre sujeito e objeto, mas são mediados por argumentações e representações matemáticas e pelas interações sociais.

Mediante tais considerações alguns princípios centrais à teoria da atividade orientada para objetivos (Vygotsky, 1988; Leontiev, 1972; Saxe, 1991) deveriam ser retomados uma vez que dão suporte à visão de compreensão matemática que ora discutimos. Tais princípios são: (1) o conhecimento é algo produzido e apropriado através da participação dos indivíduos em práticas sociais e culturais; (2) os conhecimentos se desenvolvem a partir de um conjunto de conceitos interdependentes; e (3) compreender é construir significados através de ações mediadas por interações sociais e pelos materiais e artefatos culturais (Porto, 1995).

O conhecimento se dá através da ação/reflexão que os indivíduos exercem sobre a natureza e ambiente sócio-cultural. Nesta visão, a mente, o ambiente sócio-cultural e material relacionam-se reciprocamente. Desta forma, o conhecimento não pode ser visto como uma atividade isolada de seus contextos de emergência.

Considerando a interdependência dos conceitos, compreendemos que o conhecimento matemático é organizado em dois campos conceituais definidos como um conjunto de conhecimentos que abrangem tipos de conceitos diferentes mas que interagem entre si. No campo das estruturas aditivas estariam as noções aritméticas de adição e subtração e no campo das estruturas multiplicativas estariam os números racionais, razão, proporção, espaço vetorial, etc. (Vergnaud, 1983).

Ainda, segundo o autor, o processo de desenvolvimento desses campos conceituais se dá através das interrelações entre as situações problema, conceitos, procedimentos, representações simbólicas e operações de pensamento.

A compreensão do princípio Vygotskiano de que todas as funções psicológicas superiores têm sua origem nas relações sociais e interacionais exige entender o desenvolvimento e sua vinculação com a aprendizagem e consequentemente o conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal. Este, entendido como a diferença entre o nível de desenvolvimento de funções já estabelecidas e o de funções em emergência. Este espaço parece-nos de particular importância na medida em que abre novas possibilidades para que o professor ensine e o aluno aprenda e construa conhecimentos. É um espaço de atuação pedagógica por excelência.

O que vai tornando-se claro para nós é que o uso de materiais concretos não garante a eficácia da resolução de problemas e a aprendizagem de conceitos. É necessário haver uma intencionalidade didática para o desenvolvimento de um determinado conceito (Ausubel, 1983; Meira, 1991; Tompson, 1992 e Porto, 1995). Tais considerações sugerem que a natureza das interações que os sujeitos constroem numa determinada situação é fundamental para a aprendizagem compreensiva.

Outros fatores agem como mediadores entre o ensino e os resultados da aprendizagem: o conhecimento prévio, a percepção que o aluno tem da escola, do professor e das atuações; as suas expectativas perante o ensino; as suas motivações, crenças e atitudes; as estratégias que é capaz de utilizar, entre outros, mas, sobretudo, o sentido que atribui à própria atividade de aprendizagem

Considerando a escola enquanto espaço de ensino e aprendizagem e desenvolvimento cultural dos conhecimentos socialmente construídos e culturalmente transmitidos, acreditamos que a mesma tenha um papel fundamental na sistematização dos conhecimentos matemáticos, com compreensão. Portanto, cabe ao professor propor situações didáticas que tornem os conhecimentos efetivamente assimiláveis e efetivamente transmissíveis, permitindo aos alunos o uso competente dos conceitos matemáticos aprendidos na escola.

Instrução escolar e aprendizagem do conceito de Números Decimais na EJA

Reflexões sobre o ensino na Educação de Jovens e Adultos- EJA em situações de capacitação, seminários, eventos científicos diversos, têm confirmado a importância do ensino da Matemática na EJA ao tempo em que indicam preocupação com o descompasso entre esse reconhecimento e os investimentos em estudos que contribuam para qualificação do ensino nesta área. Segundo Jóia (1987), a pesquisa sobre a alfabetização matemática na EJA desenvolvida pelo CEDI (Centro Ecumênico de Documentação e Informação) em 1990, identificou poucas teses de mestrado na área e alguns poucos estudos isolados. Cita como referência desses estudos as pesquisas desenvolvidas pela área de psicologia cognitiva da UFPE, a partir de 1982.

Essas últimas, trazem ao debate social, acadêmico e educacional a importância dos conhecimentos matemáticos construídos no mundo do trabalho por crianças, jovens e adultos trabalhadores. Revelam não só performances interessantes de trabalhadores (Schliemann, 1988) no enfrentamento de situações que envolvem o conhecimento matemático, mas, particularmente os limites desses conhecimentos para lidar com os algoritmos construídos cientificamente. Na verdade, tais estudos - pesquisas são de grande valia porque respondem às questões colocadas a respeito da aprendizagem da matemática no cotidiano de suas culturas como também problematizam o ensino da matemática nas escolas.

Na última década no contexto da América Latina, estudos sobre o domínio dos conhecimentos matemáticos na EJA têm priorizado a análise dos aspectos culturais do conhecimento dessa área e em particular as situações de ensino- aprendizagem no cotidiano da sala de aula. Dentre esses estudos podemos destacar: Um Novo Enfoque para o Saber Matemático do Professor (Bertoni); Conhecimento Matemático da Prática e o Escolar da Perspectiva da sala de aula (Carvalho); Os Saberes Prévios de Jovens e Adultos (Mariño); Um Currículo de Matemática para Educação Básica de Jovens e Adultos (Ávila); Algumas Proposições sobre a Didática para o Ensino das Matemáticas de Jovens e Adultos (Cornejo). De fato tais estudos, em sua maioria, buscam uma aproximação com o que se passa no interior da sala de aula.

Em consonância com a perspectiva de prover a EJA de uma ação pedagógica fundada na pesquisa, voltada para a análise de modalidades de ensino articulada a aquisição de conceitos matemáticos, (Brousseau, 1984) a pesquisa que embasou o presente trabalho elegeu como temática de investigação as formas de conhecer e representar, reveladas pelos alunos/as, respeito dos números decimais, associadas às formas de ensinar de um professor da EJA.

Considera-se que o conhecimento matemático dos números decimais é extremamente poderoso e útil na medida em que amplia as capacidades construídas pelos indivíduos, no mundo do trabalho, quando lidam com situações de contagem, medição e cálculo, nas quais os números inteiros são insuficientes.

Devido à complexidade desse domínio matemático, sua instrução vem sendo iniciada na 3ª série, prosseguindo na 4ª e 5ª séries do ensino fundamental. As dificuldades que muitos/as alunos/as enfrentam no seu aprendizado têm despertado o interesse de pesquisadores que centram as investigações em questões relativas à computação, ordenação e problemas com números decimais (Bell, Fischer & Greer, 1984; Bell, Swan & Taylor, 1981; Hiebert & Wearne, 1985, 1988; Thompson, 1992; Sackur-Grisvard & Leonard, 1985; Resnick et al., 1988).

Esses estudos têm chegado às mesmas conclusões: falta aos alunos/as a compreensão do conceito de número decimal em virtude de a instrução escolar enfatizar a memorização de regras que os/as mesmos/as aplicam inapropriadamente.

Em estudo desenvolvido por Porto (1995) foram criadas tarefas que exploraram em detalhes a competência de estudantes de 5ª série na resolução de problemas de comparação e conversão de números decimais, durante atividades regulares na escola e entrevistas clínicas.

Os resultados desse trabalho demonstraram que coordenar os dois sistemas representacionais, numérico e de medidas, exige relações matemáticas em função da natureza das diferentes magnitudes existentes. Então, a compreensão adequada para o domínio dos decimais no campo das medidas requer:

1. reconhecer uma relação entre 1 e $1/10$, como uma característica do sistema de numeração decimal;
2. reconhecer uma relação entre, e.g., 1 hora e 60 minutos, como uma característica do sistema de medida;
3. reconhecer uma relação entre, e.g., 1 hora e $1/10$ hora como uma característica de coordenação entre o sistema numérico e de medida.

As análises das entrevistas e das observações de sala de aula investigadas por Porto demonstraram que:

- o discurso matemático desenvolvido na sala de aula foi restrito a situações de computação e manipulação simbólica dos números decimais, em detrimento de situações que incorporassem os diferentes sistemas de medição;
- os problemas que envolviam medidas temporais foram predominantemente resolvidos a partir da interpretação dos decimais como se fossem inteiros;

- os estudantes argumentavam suas respostas revelando compreensão de que a unidade permanece a mesma quando um determinado "todo" é partido. Desta forma havia compreensão da relação entre as partes inteira e decimal do número decimal, situando-o no campo dos quocientes;
- os problemas que envolviam medidas métricas foram resolvidos com sucesso pela aplicação da regra de manipulação da vírgula com apoio de escalas mnemônicas, ensinadas em sala de aula;
- os problemas que envolviam medidas volumétricas com a presença de objetos físicos foram resolvidos predominantemente a partir de pistas fornecidas pelo experimentador, revelando dificuldades de trabalhar este conteúdo através dos materiais concretos apresentados;

As análises desenvolvidas nesse estudo sugerem alternativas para a Educação Matemática, nos diversos níveis e modalidades de ensino, particularmente ao ensino dos decimais que deverá centrar-se em situações que envolvam os diversos sistemas de medidas.

Os dados de Porto (1995) salientam a necessidade de investigar mais detalhadamente as concepções e dificuldades das crianças, dos jovens e adultos acerca dos números decimais, particularmente ao lidar com inteiros e fracionários em situações de conversão de medidas. A partir das considerações apresentados acima, algumas reflexões e indagações são levantadas:

- estariam os estudantes tratando os decimais como se fossem inteiros?
- que concepções geradas a partir dos números inteiros estariam subjacentes à utilização dos números decimais?
- como as situações de ensino estariam (des) favorecendo a apropriação desse domínio matemático em jovens e adultos/as?
- que influência teria os conhecimentos matemáticos prévios de alunos/as jovens e adultos/as na situação de aprendizagem de números decimais?

O estudo - Microanálise Interpretativa

O estudo pesquisa que subsidia o presente trabalho envolveu 06 duplas de alunos/as de uma turma de Educação de Jovens e Adultos do Ensino Fundamental (4a e 5a séries) na idade ente 18 a 50 anos de um Centro de Estudos Supletivo do sistema público de ensino da cidade do Recife.

Do ponto de vista procedimental foram realizadas: (1) observações de sala de aula (10 horas) abrangendo situações de ensino das propriedades e operações fundamentais dos números decimais tentando apreender os mecanismos de mediação na transposição didática

deste saber matemático para situações de ensino; (2) sessões de resolução de situações - problema de comparação e conversão de medidas métricas e temporais e de computação de cálculos com números sem referentes explícitos; e (3) estudo piloto das tarefas para adequação à metodologia proposta.

A pesquisa em tela se propôs a desenvolver um processo de microanálise e interpretação tendo como unidade básica de análise a atividade envolvendo a descrição detalhada das ações de interação aluno-aluno e professor-alunos, na atividade.

Neste sentido a análise dos dados foi realizada de forma detalhada e interpretativa visando explicar as estratégias específicas que emergiriam na atividade dos estudantes em contextos distintos: sala de aula e sessões de resolução de problemas.

A descrição e interpretação das ações dos estudantes e professor na atividade de sala de aula foi recortada em episódios que contêm seqüências de eventos na forma de ações, que permitiram identificar a emergência do discurso característico da sala de aula.

Essa microanálise tem como suporte o modelo analítico desenvolvido por Saxe (1991), a partir da perspectiva teórica de atividade orientada para objetivos (Leontiev, 1972), que enfatiza as interrelações entre práticas culturais e processos de desenvolvimento cognitivo. Segundo Saxe, objetivos são um fenômeno emergente quando da participação do sujeito em práticas culturais. Quatro parâmetros estariam relacionados ao surgimento de objetivos:

1. a estrutura da atividade;
2. as interações sociais, nas quais objetivos se modificam e assumem determinadas formas (através de negociação entre os participantes do processo);
3. símbolos específicos e artefatos culturais;
4. conhecimentos anteriores que os indivíduos trazem para práticas específicas.

Várias razões nos levaram a optar por este modelo de análise:

Os parâmetros descritos por Saxe são consistentes com os objetivos desta pesquisa, permitirão analisar a emergência e transformação de significados para os números decimais, em situação de sala de aula.

A sala de aula constitui uma prática cultural e como tal é uma atividade estruturada que envolve a emergência de convenções, artefatos culturais e materiais simbólicos.

Como atividade estruturada, a sala de aula envolve "participantes" - professor, e alunos. Os estudantes e o professor são agentes da atividade, e entre estes ocorrem interações que podem modificar os objetivos que emergem na atividade;

Os conhecimentos são interdependentes. Assim, ao participar em atividades práticas, os

conhecimentos e experiências anteriores emergem, influenciando as ações dos sujeitos em suas atividades.

Em síntese, foram analisados como os objetivos que emergem na atividade contribuem para a constituição do significado de conceitos matemáticos numa situação regular de sala de aula.

Os discursos de sala de aula - enunciados e silêncios:

..."Olha a vírgula!

Conta três zeros e bota a vírgula! " ...

Os desafios para os professores promoverem aprendizagens significativas são enormes. De fato, romper com o modelo tradicional de ensino "memorístico" requer um alto grau de competência pedagógica. Impõe, sobretudo, compreender que o "desenvolvimento de significados e da compreensão vem através da negociação, e esse processo é eminentemente social" (Schoenfeld, 1991).

Esse entendimento indica que os significados matemáticos são construídos nas relações reais entre os indivíduos a partir de sua participação em práticas sociais e culturais (Leontiev, 1988). Meira (1991) argumenta que a compreensão matemática resulta do engajamento dos indivíduos em práticas específicas e é um processo que envolve a negociação de significados em contextos de atividade. Os significados matemáticos, portanto, não são uma réplica "mental" do que é aprendido ou apreendido dos objetos que estão no mundo.

Nessa perspectiva, três dimensões merecem ser consideradas para a análise da complexidade do ato pedagógico no ensino de conceitos matemáticos, em particular, de números decimais:

1. a primeira, um saber matemático específico e socialmente construído: os sistemas de representação numérico e de medição organizados a partir de princípios e normas matemáticas determinadas e transmitidas culturalmente. Enquanto sistemas numéricos se organizam a partir de agrupamentos diferenciados: unidades, dezenas, centenas, unidades de milhar, para os inteiros e décimos, centésimos, milésimos para os decimais. Os sistemas de medição têm sua organização a partir de unidades de medida: metro, litro, quilo, hora, ano, e suas respectivas sub-unidades. Assim, o conceito de unidade, fundamental para a compreensão de decimais, assume natureza diversa: numérica e de medição;
2. a segunda dimensão, estreitamente vinculada a anterior, identifica como o professor faz a transposição desse conhecimento para situações didáticas na sala de aula. Ou seja, como o professor reorganiza ou reestrutura os saberes a partir das necessidades de aprendizagens características dos indivíduos e como os vincula ao seu cotidiano;
3. a terceira dimensão abrange a compreensão que os alunos desenvolvem em situações

didáticas específicas. Em particular, as pessoas jovens e adultas têm experiências acumuladas ao longo de sua existência e, portanto, pensam, têm motivações, competências, saberes e atitudes particulares.

Os episódios a seguir, parte do corpus da pesquisa citada anteriormente, revelam um distanciamento de uma prática pedagógica voltada para a aprendizagem significativa de conceitos matemáticos. O contrato didático que o professor estabelece contempla apenas uma das partes, o professor, como aquele que detém o conhecimento e por assim ser entendido, desconsidera situações de interação, e principalmente as interações entre os alunos, as representações que estes trazem para a situação. Desta forma, reduz o conhecimento a apenas uma das possíveis representações deste conceito. Os alunos enquanto sujeitos da ação não se engajam na atividade.

O episódio 1, transcrito a seguir, ilustra como o discurso do professor reflete a importância dada a esse conceito. Fica, entretanto, restrito à sintaxe do conceito.

Episódio 1

| Protocolo | Comentários |
|---|---|
| <p><i>Prof. Agora vamos partir da fração decimal para transformar em números decimais;</i> $2/10 = 0,2$ <i>Por que?</i> <i>Porque ando uma casa para a esquerda, coloco a vírgula e leio igual a fração decimal.</i> <i>... agora vou transformar $25/1000$ em número decimal... Olha a vírgula! Conta três zeros e bota a vírgula.</i> <i>Prof.: Agora... $395/100$. A vírgula vai para onde, para se transformar em número decimal?</i> <i>Aluno: Dois, por causa da quantidade de zeros.</i> <i>Prof.: Isso! Por causa dos zeros.</i> <i>Se eu andasse com a vírgula para a direita, vai ficar o que?</i> <i>Agora, três vírgula cinquenta e seis sobre dez. Se só tenho um zero dou uma entrada para a esquerda: três vírgula cinquenta e seis.</i> <i>Prof. Agora $95,03/1000$.</i> <i>E agora como fica? Quantos zeros?</i> <i>Aluna: E essa vírgula?....</i> <i>Prof:..... (silêncio)</i> <i>Prof: Três casas para a esquerda.</i></p> | <p>O professor registra no quadro $2/10=0,2$</p> <p>O professor registra no quadro $2/51000=0,025$</p> <p>O professor não interage com a aluna e volta-se para toda a classe.</p> |

| | |
|--|--|
| | |
|--|--|

Esse diálogo confirma a convicção do professor sobre a relevância da vírgula como marcador de quantidade para a aprendizagem de número decimais. O modelo teórico utilizado por esse professor pauta-se na memorização de regras e procedimentos, e na concepção de ensino de número decimal reduzida a informações e exercitação de técnicas. Esse modelo preenche o espaço que deveria ser reservado ao aluno para: resolução de problemas, interpretação de situações, busca de estratégias coletivas de solução, discussão de pontos de vistas e diferentes formas de solução.

Conforme foi citado anteriormente neste trabalho a compreensão adequada dos números decimais requer a coordenação de dois sistemas representacionais: o numérico e o de medidas. Segundo Carraher (1993), a dimensão numérica é importante, mas não se pode perder de vista a dimensão das quantidades, sobretudo quando se trata da compreensão dos racionais. A coordenação desses sistemas gera complexas relações matemáticas em virtude das diferentes bases de partição das unidades de medidas dos sistemas de medição, quer duodecimal, sexagesimal ou decimal.

Episódio 2

| Protocolo | Comentários |
|---|---|
| <p><i>Prof. : Depois que vocês já sabem mais ou menos o que é um número decimal vamos saber o que é operações com números decimais. Os repetentes já sabem como fazer: basta colocar vírgula abaixo de vírgula. Como vou arrumar? $0,3+0,005+3,2$ Vírgula sempre abaixo de vírgula.</i></p> <p>...Agora outro exemplo.</p> | <p>À medida em que verbaliza o professor registra, no quadro, as parcelas segundo o algoritmo.</p> <p>O professor dá outros exemplos para os alunos efetuarem as operações. Sai da sala e volta um tempo depois para fazer a correção no quadro sem, no entanto, considerar as formas de representações dos alunos.</p> |

O episódio 2, pode ser analisado sob dois aspectos: conceitual e didático. No que tange ao aspecto conceitual, observa-se no discurso do professor, enunciados que reafirmam seu entendimento de que a regra de *manipulação da vírgula* se constitui como uma habilidade suficiente para compreensão do conceito de número decimal. É possível que seu discurso esteja ancorado na crença de que essa habilidade de manipular virgulas tem funcionado. Todavia, os resultados de algumas pesquisas demonstraram que esta regra funciona apenas para a aprendizagem de sistemas de medição, com base 10. Desta forma, a aprendizagem de números decimais não deveria ficar restrita a uma relação numérica decimal (1:10) pois isto poderá constituir um obstáculo à aprendizagem desse conceito.

No que se refere ao segundo aspecto, a análise do contrato didático estabelecido por esse professor, de forma implícita, pressupõe que o papel do professor é transmitir informações e que o aluno pode “se virar” sozinho frente ao conhecimento.

Esta concepção se confirma pela postura ausente do professor como mediador das interações na sala de aula deixando de lado a possibilidade de reflexão acerca dos obstáculos epistemológicos ocorridos na situação.

Considerações finais

O caminho que a escola tem encontrado para ensinar conceitos matemáticos vem sendo a manipulação de símbolos desvinculados dos seus referentes. Pesquisas têm mostrado que este caminho tem levado muitos alunos ao insucesso escolar. Então, estabelecer vínculos abstratos entre os símbolos e as quantidades que representam, seria um dos objetivos do ensino de conceitos matemáticos.

Em contraste com esta visão a nossa análise, propôs que a compreensão é socialmente construída e mediada por representações diversas e interações sociais, e os significados existem nas relações entre a mente, o ambiente e a atividade.

Considerar estes aspectos no ensino e na aprendizagem de conceitos matemáticos e nos programas de formação de professores são questões fundamentais.

Bibliografia

- Bell, A. , Fischbein, E., & Greer, B. (1984). Choice of operation in verbal arithmetic problems: effects of number size. Problem structure and context. *Educational Studies in mathematics*, 15, 125-148.
- Bell, A , Swan, M., & Taylor, G (1981). Choice of operation in verbal problems with decimal numbers , 12, 399-420.
- Behr, M.J., Lesh, R., Post, T., & Silver, E. (1983). Rational number concepts. In R. Lesh & Landau (Eds.) New York, Academic Press, 91-126.
- Carraher, T.N., Carraher, D.W., & Schliemann, A.D. (1988). Na vida dez, na escola zero - São Paulo: Cortez
- Carraher, D. (1992). Lines of thought: Rational Number concepts through operations on ratios of quantities, não publicado, Departamento de Psicologia, UFPE, Recife, PE.
- Carvalho, Rosângela Tenório (1990) Política de alfabetização da Secretaria de Educação de Pernambuco. Em Por que alfabetismo? Ler a vida e escrever a história. SEC, Recife.
- Duarte, N. O ensino da matemática na educação de adultos. São Paulo: Cortez: Autores Associados, 1986.
- Greer, B. (1990). Learning to apply multiplication and division of decimals in solving problems Paper presented in a symposium on "Improvement of mathematical problem solving in primary school children" in International Congress of applied Psychology: Kyoto, Japan
- Janvier, C. (1987). Translation processes in mathematics education. In C. Janvier (Ed.) Problems of representation in the teaching and learning of mathematics. Lawrence-

- Erlbaum:Hillsdale,NJ
- Kaput, J. (1987a). Representation systems and mathematics. In C. Janvier (Ed.), Problems of representation in the teaching and learning of mathematics. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kaput, J. (1987b). Toward a theory of symbol use in mathematics. In C. Janvier (Ed.), Problems of representation in the teaching and learning of mathematics. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kieren, T. E. (1976). On mathematical, cognitive and instructional foundations of rational numbers, in Lesh (Eds.), Number and Measurement, Columbus, OH, ERIC/SMEAC, 101-144.
- Lave, J. (1988). *Condition in Practice: Mind, mathematics and culture in everyday life.* Cambridge University Press.
- Lave, J. (1992). Word problems: a microcosm of theories of learning. In Paul Light & G. Butterworth (Eds.) *Context and cognition.* Hertfordshire: Harvester Wheatsheaf..
- Leontiev, A. N. (1959-1972). *O desenvolvimento do psiquismo.* Lisboa: Horizonte Universitário.
- Leontiev, (1988). Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da Psique infantil. In Vygotsky, L.S., Lúria, A. R. & Leontiev, A. N. *Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem.* São Paulo: Icone.
- Lesh, R., Behr, M., & Post, T. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier (Ed.) *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* Lawrence-Erlbaum: Hillsdale, NJ
- Meira, L. (1991). *Explorations of mathematical Sense-Making: an activity oriented view of children's use and design of material displays.* Ph.D. Thesis. University of California at Berkeley.
- Pernambuco, Secretaria de Educação Cultura e Esportes - DEE - Subsídios para a Organização da Prática Pedagógica nas escolas: Educação fundamental de Jovens e Adultos. Recife, 1994.
- Porto, Zélia (1995) *Número Decimais: problemas de compreensão e de representação.* Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de Pernambuco.
- Resnick, L., & Omanson, S. (1987). Learning to Understand arithmetic. In R. Glaser (Ed.), *Advances in instructional psychology.* Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.
- Saxe, G. (1991). *Culture and cognitive development: Studies in mathematical Understanding.* Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, Hillsdale, NJ.
- Schliemann, A. L., Santos, C., & e Costa, S. (1992). Da compreensão do sistema decimal à construção de algoritmos. Em Alencar, E. *Novas contribuições da Psicologia aos processos de ensino e aprendizagem.* São Paulo: Cortez
- Hiebert, & M.Behr (Eds) *Number Concepts and operations in the middle grades,* Erlbaum, 41-52.
- Schoenfeld A. (1991). On mathematics as sense-making: An informal attack on the unfortunate divorce of formal and informal mathematics. In J. Voss, D. Perkins, & J. Vygotsky, L. (1988). *A Formação Social da Mente.* São Paulo: Martins Fontes..
- Wearne D., & Hiebert J. (1988). Constructing and using meaning for mathematical symbols: the case of decimal fractions. In Hiebert, M e Behr, J. (Eds.) *operations in the middle grades.* National Council for Teachers of Mathematics.

