

**O SIGNIFICADO DE TERMOS RELATIVOS À ORDENAÇÃO NO TEMPO:  
A INFLUÊNCIA DO USO COTIDIANO EM UM CONHECIMENTO  
MATEMÁTICO.**

IGLIORI, S.; MARANHÃO, C. e SENTELHAS, S.

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil

**Resumo**

Neste estudo, pretendeu-se avaliar o conhecimento que estudantes da 5ª série do ensino fundamental (10 a 11 anos) tinham sobre relação de ordem no tempo e quais as possibilidades de evolução de seu conhecimento. A pesquisa foi aplicada a dois grupos de estudantes - num total de 66, de duas escolas do Estado de São Paulo - uma pública e outra particular ambas consideradas “fortes” por esses mesmos estudantes. Tiveram um pré - teste, uma aula e um pós - teste com atividades norteadas pela Teoria das Situações Didáticas de G. Brousseau. Os resultados indicam que a intervenção didática realizada foi eficiente para que os estudantes pudessem alterar a *maneira restrita* de conceber a relação de ordem no tempo *chegar antes de* (interpretada como advinda do uso cultural), evoluindo para a admissão de concepção matemática desta relação de ordem.

**1. Introdução**

As relações com o tempo, no desenvolvimento cognitivo do ser humano, foram do interesse de diversos pesquisadores da Psicologia Cognitiva. Podemos citar os trabalhos da equipe de Genebra, centrando-se, sobretudo, na definição e explicação das conservações de durações por meio de estágios de desenvolvimento (Piaget, 1966). Também Vergnaud e Errecalde (1980) pesquisaram representações de datas em retas, com sujeitos de 9 a 13 anos. Eles concluíram que nenhum dos registros obtidos estaria próximo do correto, uma vez que os objetos representados requereriam dos sujeitos uma síntese sobre os conceitos e propriedades de ordem, distância e intervalo. Maranhão (1996), de encontro às idéias de Piaget, considera que é necessário estabelecer, artificialmente, por meio de representações de durações em segmentos de reta, uma convenção que permita um critério de decisão

sobre a equivalência de duas durações, para poder compará-las e, assim, falar de sua conservação. Ao encontro das idéias de Vergnaud, procura construir uma síntese entre ordem, distância e intervalo considerando os problemas relacionados ao tempo como resultantes de um processo de desenvolvimento didático e não puramente psicológico. Na referida pesquisa, investiga diversas concepções de alunos (9 a 12 anos) no domínio do tempo e, em particular, a ordenação. Detecta dificuldades dos alunos tais como: confundir *chegar adiantado* com *chegar depois*; considerar que o termo *atrasado* significa *a menos* no cálculo do horário; considerar que *adiantado* é *adiante de* (na representação num eixo orientado), ou *atrasado* é *atrás de* (na representação do mesmo eixo). Uma das interpretações da pesquisadora, sobre as confusões feitas pelos alunos, é que o termo *adiantado* tem a mesma raiz que o termo *adiante*, o que pode ser associado a *mais à frente* e, portanto, a *mais nas horas*. *Atraso*, pela raiz da palavra na língua natural, pode ser associado a *atrás* e, portanto, *menos horas*.

Na presente pesquisa, pretendemos ampliar nosso conhecimento a respeito de concepções de alunos sobre a relação de ordem *chegar antes de*. Escolhemos problemas sem referências numéricas por termos por pressuposto que a fonte de muitos dos erros dos alunos que apareceram na pesquisa de Maranhão (1996), sobre o uso de termos relativos a tempo, podem estar relacionados às referências numéricas e, além disso, porque problemas com referências numéricas, envolvendo a relação *chegar antes de*, podem esconder significados atribuídos a essa relação.

Procuramos averiguar se há ou não impregnação do uso cotidiano nas concepções dos estudantes, na relação de ordem *chegar antes de*. O propósito era saber se eles podem atribuir significado amplo a essa relação ou se, ao contrário, só atribuem significado restrito, usando o termo *chegar antes de* como *chegar imediatamente antes de* na solução de um problema, envolvendo relações de ordem e sem referências numéricas. Procuramos também saber se é ou não plausível aos alunos admitirem que *chegar junto de* é estabelecer comparação na relação de ordem *chegar antes de*. Além disso, pretendemos verificar se os alunos atribuem ou não significado amplo à negação da relação *chegou depois de* (*não chegou depois de* significa que *chegou antes de* ou *chegou junto de*).

## 2. Quadro teórico

O quadro teórico para a pesquisa foi desenvolvido segundo os princípios da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1997). Na tipologia das situações, as situações de ação são entendidas como de pesquisa, visando ao conhecimento de um objeto matemático; as situações de formulação são vistas como de explicitação de concepções dos alunos, em geral produzidas, porque uma situação de ação a requer. As de validação são entendidas como as de confronto de concepções explicitadas por parte de alunos, por intermédio de debates entre eles ou questionamento por parte de professores/pesquisadores. Um problema considerado como fonte de aprendizagem deve proporcionar ao aluno uma reflexão que o envolva numa dialética da ação (situação de ação). Deve ser concebido de modo que o aluno tenha conhecimentos para resolvê-lo, pelo menos em parte, e de modo que algum novo conhecimento matemático seja crucial para sua solução completa. Os professores/pesquisadores, como importantes elementos na situação didática, criam também condições em classe para que a dialética da formulação e da validação seja acionada, as situações de formulação e validação servindo para a evolução cognitiva vista como evolução de conhecimentos matemáticos.

Assim, os problemas propostos aos alunos, neste trabalho, foram concebidos de forma que aproveitassem seus conhecimentos culturais, razão por que foram retirados do cotidiano.

Em seus enunciados, havia 4 personagens para serem ordenadas. Se fossem apenas duas personagens, *chegar antes de* seria equivalente a *chegar imediatamente antes de*. A formulação proposta possibilitou, na situação de validação, o entendimento sobre como ordenar com 3 personagens. A inclusão de um 4º elemento serviu para focar os significados atribuídos aos termos, conduzindo à consideração de que havia várias respostas corretas para seu posicionamento, se usássemos o significado matemático (não restritivo) dos termos.

### 3. Metodologia

Concebemos e aplicamos um teste, com problemas sobre ordenações no tempo, envolvendo quatro personagens. A aplicação foi realizada em duas classes de 5ª série do ensino fundamental (de 10 a 11 anos), totalizando 66 alunos, de duas escolas do Estado de São Paulo, uma pública e outra particular, ambas consideradas “fortes” por esses mesmos estudantes. Foram três as fases de aplicação respaldadas no quadro teórico, distanciadas de 1 semana, sempre conduzidas pelo mesmo pesquisador.

Na 1ª fase, os alunos resolveram os problemas com lápis e papel, individualmente. Na 2ª fase, promovemos discussões com grupos de alunos sobre suas produções na fase anterior. Os alunos receberam as folhas de resposta da fase anterior e usaram um lápis azul para responder novamente às questões, em comum acordo no grupo. Além disso, promovemos um debate nas duas classes (discussão geral com a classe toda) acerca das produções dos grupos. Esse debate desenvolveu-se em duas etapas. Na primeira, discutiram-se estratégias eficazes para ordenar, por exemplo, o uso de uma seta correspondente à relação *chegar antes de* : se a classe resolvesse que *antes de* deveria ser correspondente ao posicionamento *à esquerda de*, desenhava-se uma seta para a esquerda e, sobre ela, escrevia-se *antes de*. Além disso, pelo próprio enunciado do problema, checavam-se os posicionamentos de cada personagem ordenado. Numa segunda etapa, o pesquisador conduziu discussões com questões aos alunos, visando à superação do uso dos termos no sentido restrito. Na 3ª fase, os alunos resolveram os problemas cujos enunciados sofreram alterações apenas nos nomes dos personagens.

Obtivemos dados das respostas dos alunos nas folhas de teste e das discussões anotadas por um observador. Os dados obtidos dos testes das fases 1 e 3 foram codificados e analisados, considerando conhecimento de ordenação e do sentido amplo do termo *chegar antes de*, e a admissão do fato de duas personagens chegarem juntas numa relação de ordem.

#### 3.1 O Teste

Uma professora queria saber a ordem de chegada de alguns de seus alunos. Eles deram-lhe informações e **ela não conseguiu encontrar a ordem exata de chegada deles**. Tente

encontrar as possíveis ordens de chegada, conforme as informações que os alunos dessa professora deram a ela.

1. Maria disse que chegou à escola antes de Eni. Eni disse que chegou à escola antes de Bia. Rita disse que não se lembrava dos outros colegas, mas tinha certeza de que chegou à escola depois de Eni.

a) De acordo com esse enunciado, dá para escrever uma ordem em que elas possam ter chegado? Se der, escreva-a.

b) De acordo com esse enunciado, você pode concluir que há apenas uma possibilidade de ordem de chegada dos alunos? Se não, indique uma outra ou outras ordens de chegada possíveis.

2. Ariel disse que chegou antes de Maria. Maria disse que chegou antes de Gisela. Rita disse que não se lembrava dos outros colegas, mas tinha certeza de que não chegou depois de Gisela.

a) De acordo com esse enunciado, dá para escrever uma ordem em que eles possam ter chegado? Se der, escreva-a.

b) De acordo com esse enunciado, você pode concluir que há apenas uma possibilidade de ordem de chegada dos alunos?. Se não, indique uma outra ou outras ordens de chegada possíveis.

## 4. Resultados

### 4.1 Dados descritivos

4.1.1 A tabela 1 apresenta resultados sobre a suposição de que dois personagens possam chegar ao mesmo tempo numa relação de ordem

Tabela 1

Suposição de que dois personagens cheguem ao mesmo tempo em uma relação de ordem, por estudantes de 5ª série do ensino fundamental. 1999 – São Paulo

Códigos*	Problema 1		Problema 2	
	Fase 1	Fase 3	Fase 1	Fase 3
0	95,45%	36,36%	96,97%	45,45%
1	4,55%	63,64%	3,03%	54,55%

\*0 - Não usa *chegar ao mesmo tempo que* numa ordenação.

1 - Usa *chegar ao mesmo tempo que* numa ordenação.

4.1.2 A Tabela 2 apresenta resultados sobre ordenação no tempo.

Tabela 2

Conhecimento de ordenação no tempo, envolvendo quatro personagens, por estudantes de 5ª série do ensino fundamental. 1999– São Paulo

Códigos*	Problema 1		Problema 2	
	Fase 1	Fase 3	Fase 1	Fase 3
0	7,58%	3,03%	1,52%	0%
1	9,09%	0%	6,06%	0%
2	19,70%	19,70%	24,24%	12,12%
3	25,76%	9,09%	36,36%	21,21%
4	37,88%	68,18%	31,82%	66,67%

0– Erra ordenação de 3 elementos das duas primeiras frases em ambas as questões.

1 - Erra ordenação de 3 elementos das duas primeiras frases em só uma questão.

2 - Acerta ordenação de 3 elementos em ambas as questões.

3 - Acerta ordenação de 4 elementos em apenas uma questão.

4 - Acerta ordenação de 4 elementos em ambas as questões.

4.1.3 A Tabela 3 apresenta resultados acerca do conhecimento sobre o significado do termo *chegar antes de*.

Tabela 3

Conhecimento do significado amplo do termo *chegar antes de*, por estudantes de 5ª série do ensino fundamental. 1999– São Paulo

Códigos*	Problema 1		Problema 2	
	Fase 1	Fase 3	Fase 1	Fase 3
0	36,36%	22,73%	31,82%	12,12%
1	13,64%	4,55%	13,64%	15,15%
2	12,12%	4,55%	22,73%	6,06%
3	37,88%	68,18%	31,82%	66,67%

\* 0 - Codificado como 0, 1 ou 2 em ordenação.

1 - Apresenta concepção limitada em uma questão mas não confirma na outra.

2 - Apresenta concepção limitada em uma questão e confirma na outra.

3 - Apresenta concepção ampla em uma questão e confirma na outra.

## 4.2 Precisão

Os testes estatísticos foram aplicados, considerando a evolução de cada estudante (da fase 1 para a fase 3) em cada problema e em cada pergunta (a) ou (b), para cada tipo de análise.

Os resultados foram muito significativos em todos os casos. No problema 1, relativo a ordenar no tempo, obtivemos por um t-teste:  $t_c = -3,960773$ ;  $df = 65$ ;  $p < 0,005$ . Relativo ao significado do termo *chegar antes de*, obtivemos:  $t_c = -3,8495$ ;  $df = 65$ ;  $p < 0,005$ . Acerca de *chegar ao mesmo tempo que* (ordem), obtivemos pelo teste Mc Nemars :  $z_c = 6,244998$ ;  $p < 0,001$ . No problema 2, acerca de ordenar no tempo, obtivemos:  $t_c = -4,681361$ ;  $df = 65$ ;  $p < 0,005$ . Relativo ao significado do termo *chegar antes de*, obtivemos:  $t_c = -4,22509$ ;  $df = 65$ ;  $p < 0,005$ . Acerca de *chegar ao mesmo tempo que* (ordem), obtivemos:  $z = 5,830952$ ;  $p < 0,001$ .

## 5. Conclusão

De acordo com as tabelas 1, 2 e 3 e os testes de precisão, houve melhoria no conhecimento dos alunos.

Pensamos ser importante enfatizar que o número de estudantes com códigos 0 ou 1 (Tabela 2), que não ordenaram 3 personagens corretamente em pelo menos uma questão, diminuiu de 16,67% para 3,03% (no 1º problema) e de 7,58% para 0% (no 2º problema). Entendemos que os estudantes com esses códigos apresentavam falha de conhecimento sobre como ordenar 3 elementos. Assim, eles aprenderam a ordenar corretamente, quando o problema envolve duas frases e três personagens.

Interpretamos que os estudantes com códigos 0, 1 ou 2 (Tabela 2) apresentaram alguma dificuldade em ordenação ou alguma dificuldade para lidar com o 4º personagem. Como consequência desses resultados, o estudo do significado dos termos foi restringido aos casos que apresentaram codificação 3 ou 4 em ordenação. As dificuldades dos estudantes diminuíram de 37,28% para 22,73% (no 1º problema) e de 31,82% para 12,12% (no 2º problema). Portanto, a ordenação, em problema envolvendo três frases e 4 elementos, também apresentou evolução no conhecimento desses estudantes.

Observamos que os estudantes com código 0 (Tabela 1) não assumiam que *duas personagens chegando ao mesmo tempo* pertence à relação de ordem. Atribuímos essa concepção a uma influência do uso cultural (não matemático) de ordem, ou seja, um sentido restrito de ordem. Essa concepção pôde ser fortemente atenuada, constatando-se grande evolução nesse aspecto cognitivo.

Notamos que os estudantes com código 1 e 2 (Tabela 3) não apresentavam uma concepção ampla da relação *chegar antes de*. Podemos dizer que a concepção dos estudantes evoluiu.

Pudemos, assim, responder nossas indagações, constatando que a influência do uso cultural moldava as concepções dos alunos, mas que, com uma ação didática, lhes foi possível evoluir e atribuir um significado amplo à relação *chegar antes de*. Além disso, a pesquisa possibilitou evidenciar que era plausível aos estudantes da faixa etária estudada aceitar que, *no chegar ao mesmo tempo*, se está estabelecendo uma comparação pela relação de ordem *chegar antes de*. Podemos dizer que os estudantes atribuíram um significado amplo à negação da relação *chegou depois de* (*não chegou depois de* significa que *chegou antes de* ou *chegou junto de*).

Atribuímos a evolução de concepções dos alunos às aulas ministradas por uma das pesquisadoras, que tiveram como base a Teoria das Situações Didáticas. Enfatizamos que os problemas foram concebidos na mesma orientação teórica.

Finalizando, queremos afirmar que consideramos a aula baseada em modelos socialmente orientados de construtivismo - como a Teoria das Situações Didáticas - e os problemas com os quais os estudantes lidaram fatores essenciais para uma competência cognitiva analítica.

## 6. Bibliografia

- BROUSSEAU, G. Theory of Didactical Situations in Mathematics. Kluwer Publishers. Bodmin, Cornwall. Great Britain. 1997.
- MARANHÃO, M.C.S. A. Uma engenharia didática para aprendizagem das concepções de tempo. Tese de doutoramento. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, Brasil. 1996.
- MARANHÃO, M.C.S. A. Concepções de Ordem no Tempo. Anais do VI Encontro Nacional de Educação Matemática. Universidade Vale do Rio Sinos. São Leopoldo. Rio Grande de Sul. Brasil. 1998
- PIAGET, J. et al. L'epistemologie du temps. Presses Universitaires de France. Paris, France. 1993.

VERGNAUD, G. et al. Some Steps in the Understanding and Use of Scales by 10-13 year-old Students. Proceedings of Fourth International Conference for the Psychology of Mathematics Education, pp.285-291. University of California. Berkeley, Ca., United States of America. 1980.