

UMA ANÁLISE DO SIGNIFICADO DA UTILIZAÇÃO DE RECURSOS DIDÁTICOS NO ENSINO DA GEOMETRIA.

Luiz Carlos Pais

Este artigo descreve uma pesquisa cujo objetivo é abordar o problema da utilização de recursos didáticos no ensino da geometria em nível da educação fundamental. Sua finalidade principal é contribuir para uma fundamentação mais consistente dessa utilização. Partimos da constatação que a manipulação desses materiais pode, por vezes, restringir-se a uma atividade com tendência empírica negando os valores formativos mais amplos do conteúdo geométrico. Neste trabalho, optamos por uma abordagem fenomenológica, dando prioridade a uma análise de natureza epistemológica buscando ampliar o embasamento teórico relacionado ao uso dessas criações didáticas. A partir da análise dos textos referenciados, procedemos o levantamento de várias unidades de significado com as quais iniciamos a interpretação através da organização das principais convergências. O estudo foi concluído buscando uma normatização que pudesse expressar alguns aspectos essenciais do tema analisado. Não temos a pretensão de generalizar qualquer afirmação além dos limites desta metodologia. As conclusões evidenciam duas posturas igualmente redutoras dos valores educativos da geometria: uma consiste em conceber as noções geométricas como entidades abstratas puramente racionais, acessíveis somente através do método axiomático e a outra expressa-se pela visão de que o ensino da geometria resume-se às atividades experimentais através da simples manipulação de objetos materiais e de desenhos.

1. Descrição do Problema

A justificativa da escolha deste tema decorre da expectativa de utilização de materiais didáticos por parte de professores que atuam no ensino fundamental na esperança de que as dificuldades de ensino possam ser amenizadas pelo suporte da materialidade. Lembramos ainda da influência do movimento da escola nova defendendo os chamados métodos ativos os quais envolviam, quase sempre, o uso de materiais dessa natureza. O princípio do *aprender fazendo*, implícito nessa tendência pedagógica, por vezes, foi

entendido como uma exclusiva manipulação de objetos, esquecendo a estreita relação que deve haver entre a experiência e a reflexão. Serrazina (1990), analisando os materiais didáticos no ensino da matemática, observa a necessidade de um cuidado especial com a utilização desses recursos e ressalta a dependência fundamental da competência do professor. Uma outra pesquisa abordando essa temática é descrita por Marchand (1990) enfatizando que o problema dos materiais didáticos no ensino da matemática requer uma reflexão bem mais aprofundada a propósito de suas bases epistemológicas.

Adicionando essas dificuldades ao problema da formação do professor, surge o quadro propício para instauração de um conflito que pode degenerar-se em duas direções opostas: recair na vertente do empirismo, caracterizado somente pela manipulação, ou refugiar-se em um reduto racionalista onde os conceitos geométricos são vistos simplesmente como idéias perfeitas e abstratas. Nosso objeto de estudo situa-se neste contexto. Sua finalidade não é criticar ou recomendar o uso de materiais, antes disso, queremos compreender o vínculo existente entre os aspectos didático e epistemológico. Dessa forma, pensamos em contribuir com a continuidade da reflexão sobre os valores educativos da geometria. Se o predomínio de um formalismo absoluto é, para muitos, um ponto de crítica ao ensino tradicional da geometria, não estaríamos incorrendo no risco de recair, no extremo oposto de um empirismo desprovido de significado? Como conciliar a utilização do suporte da materialidade no ensino da geometria sem perder de vistas seus valores educativos? Essas questões nos leva a definir o seguinte problema:

Em que sentido uma possível utilização inadequada de materiais didáticos no ensino da geometria na educação fundamental pode caracterizar-se por concepção pedagógica empírica em oposição à valorização inicial dos aspectos racionais voltados para a elaboração da generalidade e da abstração conceituais?

2. Recursos Didáticos no Ensino da Geometria.

Os *recursos didáticos* envolvem uma diversidade de elementos utilizados como suporte experimental na organização do processo de ensino e de aprendizagem. Sua finalidade é servir de interface mediadora para facilitar na relação entre professor, aluno e o

conhecimento em um momento preciso da elaboração do saber. Segundo nossa opinião, tais recursos estão associados às *criações didáticas* descritas por Chevallard (1991), quando analisa o fenômeno da *transposição didática* no contexto do ensino da matemática. São criações pedagógicas desenvolvidas para facilitar o processo de aquisição do conhecimento. É necessário reforçar que esse tema não está desvinculado de dois aspectos interligados: a formação de professores e as suas concepções pedagógicas. Este fato é destacado por Fiorentini et alli. (1990) quando analisa esta mesma temática, lembrando que a escolha de um material, pelo professor, nem sempre é realizada com a devida clareza quanto a sua fundamentação teórica. Por outro lado, temos ainda o problema da mistificação desses recursos, quase sempre, motivada por interesses comerciais, passando a falsa idéia de que, os problemas educacionais estariam todos resolvidos com essa utilização. Mesmo sendo possível identificar um grande número de tais recursos para o ensino da geometria, neste trabalho, destacamos particularmente os modelos materiais, associados aos conceitos geométricos e suas representações planas através dos desenhos.

2.1 Modelos, desenhos e a formação de conceitos

No momento inicial da aprendizagem, os modelos funcionam como uma primeira forma de representação dos conceitos geométricos (Pais, 1996). Assim, por exemplo, usando um objeto em forma cúbica, fica mais fácil contar o número de vértices e outros invariantes conceituais. O suporte da materialidade permite responder aos movimentos coordenados tanto pelo tato como pela visão. Na realidade, essa atividade experimental não está totalmente desvinculada da existência de uma intuição e de um nível inicial de racionalidade. O seu ponto vulnerável é a possibilidade de restringir o ensino a esse nível sensitivo. Pensamos que a superação desse desafio passa necessariamente pelo trabalho coordenado de modelos e de suas representações por meio de uma interpretação dialetizada.

Os desenhos constituem uma segunda forma de representação, ainda acessível pela sensibilidade, porém, com uma complexidade maior devido a exigência da interpretação de seu significado principalmente se tratando de um figura espacial. Esta representação depende muito mais de detalhes técnicos e de algumas regras do desenho. A identificação

dos invariantes conceituais, a partir da leitura de um desenho, não é uma atividade direta tal como a manipulação de um modelo tridimensional (Baldy et alli, 1987).

Na sucessão de complexidade do processo de aprendizagem da geometria estão as imagens mentais as quais caracterizam-se como um suporte bem mais sofisticado de representação conceitual. Se por um lado, tais imagens estão mais próximas da abstração, por outro, distanciam-se dos conceitos pelo seu aspecto subjetivo. Daí, a necessidade de uma interpretação mais dinâmica que contemple a dialética contida nesses pólos duais. A nosso ver, a superação do risco de uma abordagem empírica da geometria passa pela utilização tanto de modelos, como de desenhos e pela conseqüente formação de imagens mentais. Esta parece ser uma direção pedagógica para a aprendizagem da geometria onde as representações, quer seja por um modelo, desenho ou imagem mental, determinam três dimensões cognitivas do conhecimento geométrico.

2.2 Configurações Geométricas

Um conceito geométrico pode ser representado por uma diversidade de desenhos. Mas, na prática, quando diz respeito às noções geométricas mais elementares, verificamos a predominância de algumas figuras particulares encontradas com freqüência nos livros, cadernos e em outros suportes do saber escolar. Trata-se de certos desenhos particulares com um estatuto diferenciado em relação a outros menos específicos. Esta constatação nos leva a destacar a noção de configuração. Entendemos por *configuração geométrica* um desenho com as seguintes características: ilustra um conceito ou uma propriedade, possui fortes condicionantes de equilíbrio e trata-se de um desenho encontrado com relativa freqüência no contexto do ensino e da aprendizagem escolar. Há uma espécie de tradição, influenciada tanto pelo senso comum como pelos saberes escolares, de preservação dessa forma particular de representação.

Um exemplo marcante de configuração é o desenho usual do retângulo que, normalmente, aparece representado por uma figura não quadrada, na qual destaca-se quatro traços paralelos às bordas laterais da página do desenho e com a base horizontal ligeiramente maior do que sua altura. Na maioria das vezes o retângulo não é representado em uma posição diferente desta. No caso do quadrado o efeito da configuração parece ser

ainda mais forte quando o aluno pode deixá-lo como tal somente pelo fato de seus lados não estarem representados paralelamente às bordas da página conforme mostra uma das situações pesquisadas por Passos (2000). Temos ainda o caso do triângulo isósceles não equilátero cujo desenho usual, geralmente, tem um de seus lados na posição horizontal, considerado como "a base" do triângulo, cujo comprimento é um pouco menor do que a altura relativa a esta base horizontal.

Nestes exemplos, bem como em todos os casos envolvendo uma configuração, a fixação de uma posição particular pode tornar-se em um obstáculo adicional para a expansão da aprendizagem do conceito correspondente. Mas, segundo nosso entendimento, isto não significa dizer que tais figuras não tenham também uma importância expressiva na parte operacional da aprendizagem da geometria.

Quanto à existência de configurações na aprendizagem da geometria Audibert (1984) ressalta a existência de aspectos positivos mostrando uma estreita relação entre o uso de tais figuras e os procedimentos de resolução de problemas adotados por alunos em nível da escolaridade fundamental. Mas existem também aspectos negativos quando essas figuras particulares passam a ser usados como verdadeiros estereótipos, dificultando ou obstruindo a formação de conceitos. Finalmente, entendemos que o estudo dos recursos didáticos no ensino da geometria não deve deixar de incluir uma análise atenciosa referente à função cognitiva das configurações geométricas. Pois, estes desenhos são recursos representativos dos conceitos geométricos mas não essencialmente noções geométricas. Antes de tudo, é uma noção de natureza didática e o seu domínio tem uma importância fundamental na compreensão uma dimensão do processo de aprendizagem da geometria.

2.3 Inversões Didáticas

O uso inadequado de um recurso didático pode resultar em uma **inversão didática** em relação à sua finalidade pedagógica inicial. Isto ocorre quando o material passa a ser utilizado como uma finalidade em si mesmo em vez de ser visto um instrumento para a aquisição de um conhecimento específico. Nesse sentido, associamos nossa análise às considerações descritas por Brousseau (1986) quando lembra o problema da inversão provocada pelo uso inadequado dos diagramas propostos pelo currículo da matemática

moderna. Por ocasião da divulgação do uso desses diagramas para a representação de estruturas defendidas por aquele movimento, passou-se a utilizar tais desenhos acompanhados de atividades restritas ao plano do próprio grafismo. Assim, por exemplo, colorir as representações passou a ser uma atividade pedagógica nas aulas de matemática.

No contexto atual da educação matemática no Brasil, observando alguns livros didáticos destinados às séries iniciais, é possível perceber ainda a existência indesejável desse tipo de recurso didático caracterizado por um excesso de atividades envolvendo representações gráficas de conjuntos ou de curvas abertas ou fechadas.

O problema da inversão pode ainda ser observado quando, por exemplo, materiais como o *tangram* ou o *geoplano* são indevidamente tratados como objetos de estudo em si mesmo em detrimento da ênfase aos conceitos geométricos correspondentes. Em suma, uma inversão didática ocorre quando um instrumento pedagógico, idealizado para facilitar o processo de aprendizagem, passa a ser utilizado como se fosse o próprio objeto de estudo em si mesmo. Tudo indica que as inversões resultam de uma série de fatores, entretanto, cumpre ressaltar que uma das principais continua sendo o persistente problema de formação de professores. Diante das dificuldades de organização das situações de aprendizagem, normalmente, tem-se a ilusão que o material possa, por si mesmo, resolver o problema básico da formação.

2.4 Obstáculos Epistemológicos

Em determinados momentos da aprendizagem, o tipo de conhecimento condicionado pelo uso estritamente experimental tanto dos desenhos como dos modelos pode constituir-se em *obstáculos epistemológicos* no sentido descrito por Bachelard (1989). Esta noção foi desenvolvida por Bachelard a partir da análise da evolução histórica de vários conceitos relacionados principalmente às áreas da Física e da Química. Por esse motivo sua aplicação ao ensino da matemática deve ser feita com uma certa cautela em decorrência das próprias observações feitas por Bachelard quanto ao que ele entendia ser uma possível "regularidade histórica de evolução das idéias matemáticas". Por esse motivo, para analisar a noção de obstáculo no caso da matemática, é preciso fazer algumas considerações prévias, no sentido de esclarecer a forma como está sendo entendido a

ruptura com os conhecimentos anteriores. Isto é necessário, pois, observando a evolução histórica da matemática pode-se ter a impressão de que o novo conhecimento nunca contradiz o anterior, de onde poderia se ter a falsa idéia de que tal conhecimento pudesse ser também aprendido ao curso dessa aparente regularidade.

É preciso lembrar que, na dimensão estrita do saber científico, quando os conceitos matemáticos são originalmente criados, há dois momentos especiais a serem considerados: um caracterizado pela elaboração de uma nova idéia, onde os problemas são efetivamente resolvidos e por isso mesmo preenchido pela emoção da criatividade, em seguida, destaca-se a etapa de sua formalização atendendo aos rigores metodológicos pertinentes aos paradigmas da área científica. Mesmo que o produto final da criação e da redação seja o resultado de uma sucessão de aprimoramentos, construídos de forma alternada no transcorrer de um determinado período, esses dois momentos são de natureza distintas. Assim, admitindo que o saber esteja já pronto e comunicado por um texto com a formalidade usual; não transparece traços de negação dos saberes anteriores ou das contradições e erros vivenciados por ocasião de seu efetivo processo de construção.

No caso da aprendizagem escolar, a questão deve ser colocada em nível da construção individual e subjetiva do conhecimento e não diz respeito somente à exterioridade da exposição metodológica através de um texto. Refere-se aos sinuosos labirintos e incertezas percorridos durante a experiência fundante da aprendizagem, quando a experiência cognitiva do aluno está ainda fortemente impregnada por influências dos saberes do cotidiano. Nesse caso, pensamos que a noção de obstáculo epistemológico se aplica também no caso da matemática. Portanto, sendo esta uma noção voltada para a compreensão do fenômeno pedagógico, é importante reforçar que os obstáculos não dizem respeito somente às dificuldades históricas externas ou estranhas ao plano da aprendizagem individual. A esse propósito, Iglioni (1999, p. 98) observa que: "A noção de obstáculo pode ser utilizada tanto para analisar a gênese histórica de um conhecimento como o ensino ou a evolução espontânea do aluno". Assim, não é uma noção exclusiva da epistemologia pura e pertence a uma área de fronteira comum com a didática das ciências e da matemática.

Quando estudamos os possíveis problemas decorrentes do uso de modelos de desenhos no ensino da geometria, cumpre destacar que a importância pedagógica da noção de obstáculo predomina sobre outros aspectos de interesse também para a história ou para a

filosofia das ciências. Em outros termos, pensamos ser importante o estudo da noção de obstáculo para melhor fundamentar a utilização de materiais didáticos no ensino da geometria. A construção dos conceitos geométricos pode ser dificultada ou obstruída por concepções predominantes no imaginário cognitivo e muitas delas possivelmente originadas tanto em relação ao uso de desenhos como de materiais concretos.

3. Origem do Conhecimento e o Ensino da Geometria

Na compreensão do fenômeno do conhecimento várias tendências epistemológicas admitem a existência de uma estrutura dualista no entendimento humano, ressaltando as dimensões da sensibilidade e da racionalidade. Entretanto, não há uma única maneira de interpretar essa dualidade. Por exemplo, a relação entre essas duas dimensões pode ser vista como sendo posições antagônicas e inconciliáveis, cada qual disputando a supremacia absoluta pela verdade. Mas, em uma outra tendência, mesmo reconhecendo a existência de posições opostas, acredita-se na possibilidade de permanecer em uma posição de diálogo entre a razão e a experiência. É essa posição moderada que nos parece a postura mais adequada para fundamentar o uso dos materiais didáticos no ensino da geometria. Pois, do ponto de vista educacional, pensamos não ser conveniente estabelecer uma separação absoluta e radical entre as informações apreendidas pela percepção e pela racionalidade. Para analisar esse dualismo recorreremos à interpretação de Hessen (1980) destacando o problema da origem do conhecimento. Este problema consiste em indagar em qual fonte a consciência retira o essencial de seus argumentos. Quanto ao nosso tema de estudo, indagamos: seria a razão ou a experiência a fonte principal do conhecimento geométrico? Seriam os axiomas ou os materiais didáticos a base primária do conhecimento geométrico? Na tentativa de esboçar um estudo inicial quanto a este problema faremos menção a quatro grandes tendências epistemológicas apresentando soluções diferenciadas.

3.1 Racionalismo e o Ensino da Geometria

Na sua forma mais radical o **racionalismo** defende que a razão é a única fonte legítima de conhecimento. Para a defesa desse pensamento, coloca-se a existência prévia de

certos conhecimentos fundamentais caracterizados pela chamada "necessidade lógica e validade universal". O pensamento platônico, através da teoria do mundo das idéias puras e acabadas, supra-sensível à experiência humana, já traz implícito essa noção da necessidade lógica e da validade universal. De acordo com esse pensamento, também chamado de racionalismo transcendente, a aprendizagem seria uma espécie de contemplação através da qual os saberes seriam conduzidos pela "intuição das idéias". Na idade moderna, Descartes foi um dos maiores defensores do racionalismo através de sua teoria das *idéias inatas* que seriam os conceitos primários, justamente os mais importantes, a partir dos quais poderia elaborar o conhecimento racional. De uma certa forma, o ser humano já nasceria com essas idéias, as quais precisariam somente ser despertadas no espírito do sujeito cognitivo.

No contexto deste estudo, o exemplo que nos parece mais pertinente, é o caso dos axiomas euclidianos cuja validade, na visão racionalista, não se fundamenta em nenhum tipo de experiência sensitiva. Seriam conhecimentos evidentes por si mesmo obtidos unicamente pelo esforço da razão. A evidência exigida na compreensão dos axiomas mostra que se trata de conhecimentos necessariamente verdadeiros e universais. Todos os outros conhecimentos, que não se enquadram nessa exigência, são submetidos a um outro tipo de raciocínio através das demonstrações aceitas pelos paradigmas da área.

No que se refere aos aspectos didáticos, é preciso ter uma clareza quanto ao risco de uma identificação que normalmente é estabelecida entre a metodologia da matemática em si com sua metodologia de ensino. Quanto a esta questão, há uma constante confusão entre essas duas formas de conceber a questão metodológica. A necessidade de diferenciar a especificidade metodológica foi observada por Pastor (1948) devido à indissociabilidade entre métodos, conteúdos e valores, pois o objeto educacional não é estritamente o mesmo com o qual trabalha o cientista. Como consequência, somos da opinião que o raciocínio metodológico, utilizado na divulgação formal da ciência, não deve ser diretamente identificado ao que deveria ser valorizado na aprendizagem escolar. O uso exclusivo do método científico na prática educativa escolar revela uma visão redutora privilegiando uma única dimensão do processo de elaboração do saber.

3.2 Empirismo e o Ensino da Geometria

No **empirismo** a experiência é considerada a única fonte legítima do conhecimento e sobre a qual a razão não tem nenhuma prioridade. Segundo essa visão também radical, a consciência tira exclusivamente da experiência os conteúdos para a razão. O ser humano seria, a princípio, uma tábua rasa que deveria ser pouco a pouco preenchida pelas atividades experimentais. Dessa forma, todos os conceitos teriam origem nesse tipo de atividade. Enquanto para o racionalismo a geometria é um dos principais exemplos do verdadeiro conhecimento, as ciências naturais, em uma visão mais tradicional, servem de exemplo para o pensamento empírico. Nessa vertente, o pensamento fundamentado nas ciências naturais geralmente tende a sobrepor o aspecto empírico ao racional.

Apesar de já ocorrer manifestações do empirismo na antigüidade, é só na idade moderna que ocorre seu desenvolvimento de uma forma mais sistematizada. Seu fundador, o filósofo Locke (1632 - 1704), inicia a análise do problema da origem do conhecimento diferenciando dois tipos de experiências: uma externa à qual atribuiu o nome de *sensação* e uma interna a qual chamou de *reflexão*. A partir dessa distinção, do ponto de vista psicológico, e portanto próximo ao fenômeno da aprendizagem individual, pode-se dizer que seu pensamento é rigorosamente empírico. Porém, considerando o aspecto lógico, ele admite que a origem do conhecimento não se limita ao aspecto experimental e que existiriam saberes completamente independentes da experiência como as verdades matemáticas cuja origem lógica ocorreria no plano estrito do pensamento e não na experiência. Assim, o próprio Locke deixa em aberto a possibilidade de romper com o princípio básico do empirismo radical admitindo a existência de verdades a priori, ou seja, independentes de qualquer tipo de experiência.

Mesmo admitindo que todos os conhecimentos têm origem na experiência Locke diz que, quanto aos valores lógicos, não podemos jamais limitar ao nível experimental. Finalmente, podemos destacar duas variações do empirismo onde ocorre uma pequena diferenciação entre experiência interna e externa. Esta última, também chamada de sensualismo, parece predominar no ensino da geometria quando os recursos didáticos são simplesmente manipulados sem a vigilância de uma intencionalidade voltada para a construção dos invariantes conceituais.

3.3 Empirismo Moderado ou Intelectualismo

O **intelectualismo** enquanto corrente filosófica representa a primeira tentativa de conciliação entre as posições extremas do racionalismo e do empirismo. Sua posição inicial é que tanto a razão como a experiência participam da origem do conhecimento. Nessa vertente de moderação, tanto concorda como discorda das duas posições radicais. Da mesma forma como o racionalismo, o intelectualismo defende a existência das noções logicamente necessárias e universalmente válidas. Mas, enquanto o racionalismo considera os conceitos um patrimônio a priori da razão, o intelectualismo, pelo contrário, admite que eles têm origem na experiência como defende o empirismo. A diferença principal com o empirismo é que para este a experiência é a única fonte do conhecimento ao passo que para o intelectualismo, além dessa representação sensível, há também os conceitos racionais cujo sentido último é buscado na experiência. A atividade experimental seria a fonte do conteúdo do conhecimento enquanto que a razão daria apenas sua forma final.

Para essa posição moderada os conceitos são condicionados por duas formas de intuição, uma sensível, inspirada na experiência e a outra não sensível, inspirada na razão. O conceito caracteriza-se como uma síntese elaborada a partir da intuição sensitiva com a intuição racional. Aristóteles já defendia esse ponto de vista quando caracterizava o conceito como uma síntese do racional com o experimental. Em suma, o intelectualismo é uma síntese do racionalismo e do empirismo com tendência para este último.

Como discípulo de Platão, Aristóteles recebeu forte influência racionalista, mas também por ser naturalista reconhecia a importância do pensamento empírico, daí surge sua necessidade de esboçar uma síntese entre os pontos extremos. Desta forma, sua síntese coloca o mundo das idéias de Platão dentro de uma realidade empírica e as idéias passam a ser elaboradas em função da experiência. O mundo supra-sensível das idéias passa a não mais reinar de forma absoluta mas a existir sob o vínculo com o real. A realização dessa síntese não é tão evidente de ser realizada tal como a apreensão pela "intuição das idéias" como ensinava Platão. O pensamento de Santo Tomás de Aquino, na Idade Média, dá continuidade a esta teoria defendendo que os princípios básicos do conhecimento procedem, em sua essência, da experiência.

3.4 Apriorismo ou Racionalismo Moderado

O **apriorismo** é uma segunda tentativa de conciliação entre o racionalismo e o empirismo. A razão e a experiência são reconhecidas como fontes legítimas do conhecimento porém de uma forma diferente da visão intelectualista. Nessa vertente, a relação de influência da razão e da experiência na constituição do conhecimento é oposta em relação ao intelectualismo. Para o apriorismo o pensamento não atua passivamente apenas recebendo conhecimentos de um mundo exterior, mas, pelo contrário, atua ativamente sobre os dados da experiência. Portanto, está mais próximo do racionalismo, pois, atribui um estatuto mais relevante para a razão, ao passo que, o intelectualismo está muito mais próximo do empirismo pois dá um destaque maior para a experiência. Kant (1724 - 1804) foi o fundador dessa síntese entre o racionalismo e do empirismo. No apriorismo o conhecimento apresenta elementos a priori independentes da experiência como defende o racionalismo. Entretanto, esse conhecimento a priori era defendido pelo racionalismo de uma forma absoluta. Os conceitos perfeitos, como os axiomas, em sua forma e conteúdo, eram vistos como verdades a priori vinculados exclusivamente à razão. Mas, para o apriorismo esse conhecimento a priori só se justifica quanto à forma originada na razão mas o conteúdo receberia uma influência decisiva da experiência. Nesse aspecto o apriorismo se afasta do racionalismo e se aproxima do empirismo. Os fatores *a priori* assemelham-se a um acabamento cujo conteúdo deve ser preenchido pela experiência.

Um princípio capaz de traduzir a essência do apriorismo diz que os conceitos sem o suporte da intuição tornam-se vazios, na mesma maneira que a intuição sem clareza conceitual torna-se impotente. Acreditamos que essa posição epistemológica mostra uma vez mais a conveniência de um diálogo permanente entre a razão e a experiência sempre intermediado pela intuição. Nesta mesma linha de pensamento estão os trabalhos de Gonthier (1936) e (1945) apresentando uma análise específica do problema da origem de conhecimento geométrico com destaque de seus três aspectos fundamentais: intuição, experiência e razão. Defensor de um racionalismo moderado, contemporâneo e parceiro de Bachelard na edição da revista *Dialectica* de 1947 a 1957 (Quillet, 1977), sua obra constitui-se em uma das mais importantes referências epistemológicas da geometria do século XX conforme pensam alguns autores contemporâneos. Essa interpretação dialetizada

dos três aspectos parece ser indispensável para uma compreensão do uso dos materiais didáticos no ensino da geometria. Portanto, parece ser conveniente estabelecer uma permanente interpretação dialética entre a materialidade do suporte didático com as idéias para quais volta-se a intencionalidade educativa. Assim, o conhecimento geométrico seria formado como o resultado de uma síntese das atividades da natureza experimental e intuitiva coordenada pela razão. O conhecimento sensitivo seria a princípio caótico e à razão competiria a tarefa de ordenar esse caos.

4. Manifestações no Ensino da Geometria

Segundo nosso entendimento, todas essas correntes acima comentadas exercem uma certa influência nas concepções subjacentes às práticas pedagógicas no ensino da geometria no que diz respeito especificamente ao estatuto dos materiais didáticos. Pensamos que não é o caso de medir a intensidade de predominância de uma sobre a outra, o que nos parece praticamente impossível, pois deve haver uma intensa variação segundo as mais diversas concepções pessoais. Todavia, nesse caso, associamos este espectro de influência ao conceito de *perfil epistemológico* descrito por Bachelard (1978). Em outros termos, ao considerar a aprendizagem de um conceito, em relação ao entendimento no plano subjetivo do sujeito cognitivo, é possível destacar uma menor ou maior intensidade de influências decorrentes de um espectro composto por várias tendências epistemológicas e muitas vezes essas influências contêm elementos aparentemente contraditórios entre si. Segundo esta interpretação, quando estamos envolvidos na aprendizagem de um conceito, pode ocorrer influências marcantes de situações vivenciadas pelo passado de cada um. De forma análoga, na aprendizagem da geometria, o sujeito recebe influências simultâneas tanto do racionalismo, como do empirismo ou das vertentes moderadas.

Nas atividades de ensino da geometria, envolvendo o uso de materiais, é preciso estar duplamente vigilante para que toda informação proveniente de uma manipulação esteja em sintonia com algum pressuposto racional e, ao mesmo tempo, que todo argumento dedutivo esteja associado a alguma dimensão experimental. Acreditamos que este é o primeiro passo para valorizar uma interpretação dialética para o uso dos materiais didáticos. Evitar uma racionalidade vazia desprovida de significado, assim como, evitar

toda espécie de atividade empírica desconexa de um objetivo educacional previamente analisado. Admitindo essa postura de abertura, estamos minimizando a possibilidade de predominar posições radicais no tratamento educacional desse conteúdo. Essa interpretação faz com que amenize o efeito do dualismo entre a tendência de ensino da geometria dedutiva e o uso didático de modelos e desenhos no processo de aprendizagem escolar.

Trata-se efetivamente da busca de um ponto de equilíbrio na construção de um *racionalismo aplicado* ao caso específico do conhecimento geométrico. A solução é não admitir o domínio absoluto nem da razão abstrata, nem do racionalismo ingênuo. Para ter acesso a esse equilíbrio é preciso que a razão se aplique ao uso dos materiais didáticos na mesma medida em que o materialismo técnico contido nesses recursos evolua na direção do aspecto racional do conhecimento geométrico. É uma postura compartilhada. Por certo, essa posição moderada será acompanhada de perto por duas forças antagônicas que são o formalismo de um lado e o positivismo de outro. O formalismo coloca-se em uma posição direcionada para as convenções e para o idealismo, enquanto que o positivismo direciona-se para o real. Daí, a pertinência educacional de um racionalismo aberto para receber tanto as influências da razão como da experiência e assim captar todos os sinais indicadores da necessidade de mudança para a construção de um saber escolar mais significativo.

5. Síntese Interrogativa

Quanto ao uso de materiais didáticos no ensino da geometria, este estudo coloca em evidência duas concepções igualmente extremas e redutoras dos valores educacionais deste conteúdo: uma consiste no entendimento de que os conceitos geométricos são entidades platônicas puramente racionais, pertencentes a um suposto mundo abstrato de idéias prontas, acabadas e acessíveis somente através do método axiomático em seu aspecto formal; a outra expressa-se pela visão de que o ensino da geometria pode ser reduzido ao nível de um conhecimento essencialmente sensitivo, trabalhado somente no aspecto experimental através da manipulação estrita de modelos materiais e de desenhos.

O uso de materiais didáticos no ensino da geometria deve ser sempre acompanhado de uma reflexão pedagógica para que, evitando os riscos de permanência em um realismo ingênuo ou de um empirismo, contribua na construção do aspecto racional. Uma

compreensão inicial pode induzir um aparente dualismo entre as condições concretas e particulares dos recursos didáticos em oposição às condições abstratas e gerais das noções geométricas. Mas esta dualidade não deve ser vista como pólos isolados do processo de construção conceitual, deve ser superada pela busca de um racionalismo aberto, dialogado e dialetizado. Em suma, devemos sempre estimular um constante vínculo entre a manipulação de materiais e situações significativas para o aluno. Portanto, esta nossa abordagem confirma a interpretação dada por Imenes (1987) quanto à importância tanto de uma abordagem dedutiva como experimental para o ensino da geometria a nível do ensino fundamental, sem a prioridade de uma sobre a outra.

Para finalizar, lembramos uma direção que nos parece essencial na continuidade desse estudo. Trata-se da análise epistemológica de Gonseth abordando o fenômeno da construção do conhecimento geométrico. Há um extenso trabalho de pesquisa a ser feito no sentido de compreender o seu pensamento e aproximá-lo dos desafios em nível de uma abordagem didática para o ensino da geometria. Quanto a este desafio, nosso estudo somente mostra uma direção a qual sintetizamos com as seguintes indagações: Quais são as características do pensamento de Gonseth no que se refere à formação dos conceitos geométricos? Em que sentido o seu pensamento pode ser considerado como um referencial atualizado? Qual a relação entre o idoneísmo proposto por Gonseth e o racionalismo aplicado de Bachelard? Qual a relação possível de estabelecer entre a teoria de Gonseth e o uso de materiais didáticos no ensino da geometria?

6. Referências Bibliográficas

- AUDIBERT G. *Démarches de pensée et concepts utilisés par les élèves de l'enseignement secondaire en géométrie euclidienne plane*. Publicação da APMEP. Paris 1984.
- BACHELARD, G. *La Formation de l'Esprit Scientifique*, J.Vrin, Paris, 1989
- _____. *O Racionalismo Aplicado*. Ed. Zahar. Rio de Janeiro. 1977
- _____. *Filosofia do Não*, Pensadores, Abril, São Paulo, 1978.
- BALDY, R. et alli. *Lecture, écriture et comparaisons de volumes dessinés em perspective cavalière*. In Bulletin de Psychologie. Paris, 1987.
- BICUDO, M. e Al. *Pesquisa Qualitativa em Educação*, Ed. Unimep. Piracicaba. 1994.

- BROUSSEAU, G. *Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques*. Recherches en Didactiques des Mathématiques. v.7, n.2, p.33-116, Paris, 1986.
- CHEVALLARD, Y. *La Transposition Didactique: du savoir savant au savoir enseigné*, La Pensée Sauvage, Paris, 1991.
- FIORENTINI, D. et Al. *Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática*. Boletim da SBEM-SP. 1990.
- GONSETH, F. *Les Mathématiques et la Réalité*. Librairie Scientifique et Technique Albert Branchard, Paris, 1974.
- _____. *La Géométrie et Le Problème de l'espace*. Griffon. 06 vol. Neuchatel. 1945.
- HESSEN, J. *Teoria do Conhecimento*. Ed. Arménio Amado. Coimbra. 1980.
- HUSSERL, E. *A idéia da Fenomenologia*, Edições 70, Lisboa. 1970.
- IGLIORI, S.B.C. *A noção de Obstáculo Epistemológico e a Educação Matemática*. In Educação Matemática Uma Introdução. Org. Silvia Machado. EDUC. São Paulo. 1999.
- IMENES L.M. *A Geometria no Primeiro Grau: Experimental ou Dedutiva?* Revista de Ensino de Ciências n. 19. FUNBEC. São Paulo. 1987.
- MARCHAND H.O. *Aprendizagem do Número. Que exercícios? Que materiais?* Revista Educação e Matemática n. 13. Publicação da APM. Lisboa. 1990
- PAIS, L. *Transposição Didática*. In Educação Matemática Uma Introdução. Org. Silvia Machado. EDUC. São Paulo. 1999.
- _____. *Intuição, Experiência e Teoria Geométrica*. Zetetiké. Vol. 4. N. 06. Unicamp. Campinas. 1996.
- PASSOS, C.L.B. *Representações, Interpretações e Prática Pedagógica: a geometria na sala de aula*. Tese de Doutorado. UNICAMP. Campinas. 2000.
- PASTOR, R. e Al. *Metodologia de la Matematica*, Ibero-americana, Buenos Aires, 1948.
- QUILLET, P. *Introdução ao Pensamento de Bachelard*. Ed. Zahar. Rio de Janeiro, 1977.
- SERRAZINA, M.L. *Os materiais e o Ensino da Matemática*. Revista Educação e Matemática n. 13 Publicação da APM. Lisboa. 1990.