

## PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS, FUNÇÕES E REPRESENTAÇÕES SOCIAIS

**CASTRO, Monica Rabello de – IEM/USU**

**FRANT, Janete Bolite – IEM/USU**

**LIMA, Flavio Moraes – Col/PII-MEM/USU**

### **Resumo:**

*Este artigo apresenta uma investigação da produção de significados para função numa perspectiva dinâmica. Apresentamos inicialmente um quadro ilustrativo das diferentes concepções epistemológicas para a noção de conceito, visando afirmar a opção por uma abordagem baseada nas teorias da linguagem na investigação de fenômenos de natureza pedagógica. A investigação fundamentou-se no conceito de Estratégia Argumentativa baseada nas teorias das Representações Sociais e da Argumentação. A pesquisa de campo foi realizada em 1998, no laboratório de informática de uma escola pública, com alunos que cursavam a 8ª série do ensino fundamental. Nas atividades foram utilizados dois softwares educativos. A análise tomou por base um trabalho de reconstrução das estratégias argumentativas dos alunos, procurando inseri-las numa perspectiva macro-dinâmica, a partir das noções de objetivação e ancoragem. Os resultados obtidos mostram uma certa predominância de significados associados à representação gráfica de função. Constatou-se a originalidade de algumas estratégias e de significados delas decorrentes.*

### **Introdução**

O conceito matemático de função vem sendo objeto de inúmeras pesquisas em Educação Matemática. Se hoje existe um certo consenso de que o conceito não se limita à definição, sendo algo mais abrangente do que esta, ao mesmo tempo, não é clara a maneira com a qual seria possível verificar seu aprendizado. Grande parte do interesse nesse estudo está em verificar se faz sentido dizer que um dado conceito foi ou não adquirido pelo aluno, em descrever e avaliar a aprendizagem de conceitos. Acreditamos que as representações de conceitos matemáticos são produzidas e compartilhadas na sala de aula pelos alunos por mecanismos análogos aos de produção de qualquer outro conceito. Apesar de, academicamente, serem produzidos segundo um paradigma científico, em sua aprendizagem na sala de aula estão em jogo todos os mecanismos sociais. Pretendemos propor a utilização da teoria das representações sociais e o conceito de Estratégia Argumentativa, como uma alternativa de referência teórica especificamente para a aprendizagem do conceito de função. Por fim, apresentaremos algumas explicações sobre o processo de construção do conceito de função a partir deste novo enfoque, através dos resultados obtidos em uma pesquisa de campo.

### **Problemática**

A investigação da aprendizagem de conceitos matemáticos tem se apresentado no campo da Educação Matemática quase sempre relacionada à noção de representação. No que diz respeito ao estudo do conceito de função, fala-se com frequência na importância de se trabalhar com diferentes representações. Inúmeros trabalhos de pesquisa têm se dedicado a

este tema, particularmente aqueles que procuram investigá-lo através do uso do computador (Borba (1994), Schwarz (1987), Herschkowitz e Schwartz (1997)).

Uma outra idéia que está intimamente relacionada à noção de conceito é a definição. Nos livros textos, encontramos a noção de conceito identificado a de definição, principalmente em se tratando de conceitos matemáticos. É verdade que muitos educadores matemáticos discordam desta identificação, considerando o conceito como algo mais abrangente que sua definição. Uma visão bastante recorrente é aquela que procura relacionar estes três termos da seguinte maneira: enquanto a representação estaria ligada a diferentes modos de se apresentar ou de se observar o conceito, a definição nos forneceria os seus limites, a sua fronteira.

Alguns autores (Frege 1998, Fainguelernt 1999, Fischbein 1994) situam a relação entre conceito e representação da seguinte maneira: conceito e representação são coisas distintas, sendo as diferentes representações uma espécie de atributo do conceito. A representação seria uma maneira de, aquele que já adquiriu o conceito, apresentá-lo, isto é, falar sobre o conceito. Ao mesmo tempo, a representação também se constituiria numa via de acesso ao conceito, ou seja, através do trabalho e da exploração de diferentes representações, o aprendiz adquiriria o conceito. Desse forma, a relação entre conceito e representação é concebida também como meio para se abordar o conceito. Neste sentido, a representação estaria associada à forma enquanto o conceito estaria ligado ao conteúdo (idéia). Além disso, o conceito encontra-se de alguma forma na mente dos indivíduos, o que vem reforçar a idéia de que é através da representação que se constrói o conceito. O conceito aparece como pertencendo ao campo subjetivo, à mente do indivíduo. Trata-se de um objeto mental.

Fischbein (1994) utiliza-se de um modelo, de base empirista, que dá grande ênfase à percepção. Segundo este modelo, os conhecimentos obtidos diretamente da realidade – mundo que nos rodeia – são transformados em representações desta realidade. Para ele, conhecimentos são também obtidos com o uso da razão. Estes conhecimentos, no entanto, são de natureza diferente, pertencem a outro mundo imaginário, estruturado a partir de propriedades gerais básicas da realidade empírica.

Dois aspectos são relevantes nesta concepção. Em primeiro lugar Fischbein concebe este mundo imaginário como um reflexo do mundo real (realidade empírica), ou seja, é uma representação deste. Além disto, ele atribui a este mundo empírico uma série de

características – regras, relações, propriedades – que são dadas à priori, ou seja, já estavam lá, a nossa espera, para serem descobertas. Ou seja, segundo esta visão, não é homem que formula modelos - e, conseqüentemente, propriedades, relações, leis, etc. - buscando explicar os fenômenos naturais; pelo contrário, entende-se que estas propriedades são intrínsecas à natureza, cabendo ao homem percebê-las, descobri-las.

Estes autores, portanto, concebem a idéia de representação como uma espécie de mediadora entre um mundo externo e um mundo interno. Ora ela é vista como uma expressão de processos psicológicos que ocorrem na mente, ora como um reflexo da realidade na mente. Já o conceito é situado ao nível da razão ou do pensamento. Uma abordagem um pouco diferente para esta questão, iremos encontrar nos trabalhos de Hershkowitz, Schwarz 1997e Vinner 1994. Nota-se aqui, uma preocupação em distinguir o conceito de sua definição e também, daquilo que Vinner irá chamar de imagem do conceito ou imagem conceitual.

Hershkowitz e Schwarz (1998) procuram situar o papel desempenhado pelos exemplos prototípicos na aprendizagem do conceito de função. Caracterizam aquelas que consideram ser as duas principais abordagens do tema aprendizagem de conceitos. A primeira, que eles chamam de abordagem clássica, atribui à definição um papel central na aprendizagem do conceito, baseada no pressuposto de que existe uma estratégia ideal para a aquisição de conceitos, estratégia esta que deve ser adequada à estrutura formal do conceito. Sem dúvida alguma, esta tem sido a abordagem predominante nas salas de aula de Matemática. A segunda, que chamam de abordagem probabilística, baseada em exemplos prototípicos, que são usados como pontos de referência para a formulação e a avaliação de outros exemplos. Uma estratégia alternativa, atribuída a Smith e Jones (1993), tenta conciliar as duas abordagens e propõem que *“the concepts are not stable structures but they are processes that change in a dynamic conceptual space: subjects begin with particular examples and organize and extend them progressively according to rules.”* (Hershkowitz e Schwarz, 1998, p2)

A concepção de que a imagem conceitual é a representação interna do conceito ou o reflexo do conceito na mente, está ancorada no mesmo modelo de representação a que nos referimos anteriormente. Há, porém, uma mudança em relação às idéias expostas anteriormente. Se para os autores citados anteriormente o conceito pertencia ao mundo interno – enquanto objetos mentais -, isto já não pode se manter nesta nova perspectiva. Segundo Vinner, o que se encontra na mente dos indivíduos não é o conceito mas uma

imagem ou um reflexo deste. Ele nos lembra também que a maioria dos livros didáticos apresentam o conceito através de sua definição, o que é perfeitamente coerente com a visão formalista que predomina no campo da Matemática. Ele nos adverte, ainda, para o fato de os adeptos desta concepção formalista não admitirem diferentes leituras para uma definição, o que pressupõe que todos irão apresentar a mesma interpretação e, conseqüentemente, a mesma imagem mental do conceito. Por outro lado, ele também afirma que os alunos, em geral, dispõem de mais de uma imagem para um determinado conceito. Isto significa que, dependendo do tipo de problema, ou do contexto em que ele é apresentado, o aluno poderá fazer uso de mais de uma imagem conceitual para resolvê-lo.

Quais as conseqüências deste modelo de representação? Parece-nos que a principal dificuldade de se trabalhar com este modelo diz respeito à concepção de pensamento nele embutida. Ao se considerar o pensamento como um processo psíquico interno, ao qual somente o próprio sujeito tem acesso, demarca-se uma diferença nítida e uma distância inatingível entre o pensamento e sua expressão.

Uma outra visão alternativa a estas é apresentada por autores que trabalham numa linha teórica conhecida como 'embodiment'. Segundo Campbell e Dawson(1995), a distinção entre mundo externo e mundo interno é fruto daquilo que chamam de falácia epistêmica. Este termo é tomado emprestado de Palmer (1992) que atribui a origem de tal distinção a uma prioridade metodológica da epistemologia sobre a ontologia. Esta prioridade seria conseqüência da grande influência do método cartesiano sobre a filosofia ocidental. Deste modo, as distinções sujeito/objeto, mundo interno/mundo externo, têm um pressuposto epistêmico. O que decorre daí é que sujeito e objeto, mundo externo e mundo interno não podem mais ser considerados como sendo ontologicamente distintos. Conseqüentemente, a representação não pode mais ser vista como mera intermediadora entre dois mundos distintos. As idéias de Campbell e Dawson baseiam-se nos trabalhos de Varela e seus alunos (1991) que propõem uma teoria onde a cognição é fruto de uma 'embodied action'. O que está em jogo, portanto, é uma mudança de paradigma, onde as dicotomias sujeito/objeto, corpo/mente, mundo interno/mundo externo deixam de ser vistas a partir de uma perspectiva antagônica para passarem a ser encaradas sob a perspectiva de complementaridade.

Uma alternativa que se opõe àquela concepção que separa um mundo interno de um mundo externo, iremos encontrar em Bakhtin (1997). Procurando caracterizar a natureza do campo ideológico, ele o identifica com o campo semiótico. Os signos, no entanto, não são meros reflexos internos da realidade exterior, pelo contrário, busca mostrar a natureza material e objetiva dos signos. Desse modo, Bakhtin rompe com a tradição filosófica que atribui ao signo o papel de representante do mundo externo na consciência.

A vantagem deste modelo, no que diz respeito à questão da aprendizagem, é o fato de conceber o pensamento como algo acessível. Se não existe uma diferença qualitativa entre o pensamento e a sua expressão, podemos ter acesso direto ao pensamento de nossos alunos através de sua fala. Além disto, deixa claro que a compreensão de um conceito ocorre exclusivamente no campo semiótico, onde a cada novo signo contrapomos outros já conhecidos. Bakhtin nos lembra, ainda, que *“o signo e a situação social em que se insere estão indissoluvelmente ligados. O signo não pode ser separado da situação social sem ver alterada sua natureza semiótica”*(1997, p62). A linguagem não pode mais ser concebida como mera mediadora entre dois campos distintos. Esta noção que, como vimos anteriormente, está na base da perspectiva defendida por Palmer, Varela e outros teóricos que trabalham na linha teórica conhecida como ‘embodiment’, também iremos encontrar na corrente pragmática da Filosofia da Linguagem.

Em nossa prática pedagógica, frequentemente nos deparamos com expressões como ‘aquisição do conceito’ ou ‘construção do conceito’ Como falar/verificar que um aluno adquiriu certo conceito, se não soubermos identificar o que é este conceito?

A reformulação que a perspectiva pragmática traz, ao descartar a busca da verdade e denunciá-la em seu caráter utópico, nos obriga a abandonar aquilo que vínhamos fazendo até aqui, ou seja, buscar a essência do conceito. Já vimos que esta questão deixa de ter sentido neste novo referencial. Conceito estará sempre remetido àquilo que Wittgenstein denomina de ‘jogos de linguagem’, ou seja, *“o conjunto da linguagem e das atividades com as quais está interligada.”*(Wittgenstein, 1979, p12).

Apesar de existir a possibilidade de, em determinadas situações específicas, restringir-se o uso de um conceito, amarrando-o em definições com maior ou menor grau de precisão, não existe uma única maneira de se fazer isto e, muito menos, uma maneira correta de se fazer isto. Há também neste caso, uma gama de possibilidades para se fazer tal restrição, o que

depende do tipo de uso que se pretenda fazer de tal conceito. Além disto, esta restrição às diferentes possibilidades de uso de um conceito, muitas vezes acarreta um empobrecimento do conceito em questão. Por outro lado, para que possamos interagir dentro de um determinado grupo social, é preciso que compartilhem alguns significados comuns para os conceitos utilizados por este grupo. Caso contrário, ninguém se entenderia.

O que decorre disto tudo é que só podemos falar do conceito a partir dos usos que se fazem dele. A questão “O que é um conceito?” deixa de fazer sentido e tem de ser substituída por outra, onde o que está em jogo são os usos concretos, práticos e que constituem, em cada contexto específico, o conceito em questão. Este trabalho de tentar identificar alguns significados comuns, atribuídos a um determinado conceito, vem sendo realizado por muitos pesquisadores que se ocupam do estudo das representações sociais. Este campo de pesquisa, inaugurado na década de 60 por Moscovici, tem como objeto de estudo os chamados saberes cotidianos, ou ainda, o conhecimento dito “senso comum”. Trata-se de um campo que visa investigar como se constituem tais saberes cotidianos. Acreditamos, que a teoria das representações sociais possa trazer elementos significativos, que nos permitam descrever, como se estabelecem algumas possibilidades de uso de um conceito, aquilo que torna certos usos/significados mais frequentes que outros, e ainda, que tipos de articulações podem ser estabelecidas entre estes diferentes usos de um conceito.

O conteúdo matemático funções foi por nós escolhido para empreender tal pesquisa, em virtude de alguns fatores que julgamos importante explicitar. Em primeiro lugar, trata-se de um assunto que podemos abordar utilizando-nos de novas tecnologias, como a informática educativa. Acreditamos, como atestam os trabalhos de Borba (1994), Schwartz (1987) e Hershkowitz e Schwartz (1998) entre outros, que o uso de softwares educativos no estudo de funções, proporciona um ambiente de aprendizagem, que viabiliza o surgimento de certos significados para o conceito de função, que seriam pouco prováveis de virem à tona no ambiente tradicional de sala de aula. Como estamos interessados em investigar, justamente, os diferentes significados que podem ser associados a tal conceito, e os diferentes usos que dele se possa fazer, esta se tornou uma característica importante para a escolha do nosso tema de pesquisa. É importante deixar claro que não estamos interessados em propor nenhum tipo de estratégia ou caminho que leve o aluno à aquisição do conceito de função, ou a concluir uma definição rigorosa de função. O que nos interessa investigar é

o processo de produção de significado para este conceito, ou seja, de constituição deste conceito. A definição matemática de função, qualquer que seja ela, é uma das diferentes possibilidades de significação, de constituição deste conceito. Nosso objetivo é investigar como ocorre este processo, é tentar descrevê-lo a partir de certos referenciais teóricos.

Por fim, acreditamos que construir um conceito é produzir significados para ele e que, ao longo deste processo, o sujeito do conhecimento irá interagir com diferentes demandas, que servirão de base para a constituição de um repertório, cada vez mais amplo, de significados para tal conceito. Trata-se de um processo sem fim pois, a todo instante, o sujeito tem acesso a novas demandas, o que pode levá-lo a produzir novos significados. Falar em aquisição de conceito pressupõe uma significação específica à qual o sujeito deveria chegar. Isto nos parece, do ponto de vista pedagógico, inadequado. Não por considerar que tal significação seja desprezível, o que, evidentemente, ela não é, mas, fundamentalmente, por desconsiderar e, muitas vezes, desqualificar outros significados que poderiam ser ou que são produzidos ao longo deste processo. Deste modo, voltamos nossa atenção para aquilo que, muitas vezes, é deixado de lado ao longo do processo pedagógico e, ao invés de nos preocuparmos em identificar um caminho que leve aos significados mais comumente esperados, em termos de aprendizagem de funções, desejamos propiciar situações que sirvam para a produção de significados mais rica para função. Tais atividades devem permitir aos alunos constituir uma grande diversidade de falas e olhares sobre o tema em questão. Só assim poderão constituir um rico repertório de significados a respeito deste tema. Nossa premissa básica propõe que quanto maior e mais diversificado for este repertório, maiores chances eles terão de, não só resolver os problemas que lhes forem propostos mas também de formularem suas próprias questões, fazerem conjecturas, discursarem sobre o tema, ampliarem o campo estudado.

Em nosso trabalho, portanto, investigamos a viabilidade de tal perspectiva. Para tanto, foram propostas atividades relacionadas ao tema funções a um grupo de alunos da 8ª série do ensino fundamental onde verificamos o que acontece, ou seja, como eles se comportaram diante das propostas apresentadas, que tipos de indagações surgiram, como eles as encaminharam, quais as questões consensuais, quais as polêmicas, enfim, nosso objetivo foi observar como eles reagiram às diferentes propostas que lhes foram

apresentadas, quais os significados que foram produzidos para o conceito e, através da análise dos dados obtidos, explicar o processo de produção de significado.

Portanto, neste trabalho procuraremos responder às seguintes questões:

- É possível se estabelecer uma analogia entre o processos de elaboração de uma representação social e o processo de constituição de significados para um conceito matemático? Em outras palavras, é possível considerar os processos de objetivação e ancoragem, tais como são formulados pela teoria das representações sociais, para se descrever processos de produção de significados para função?
- Que significados os alunos produzem para função, ao trabalharem com diferentes representações de uma função, em ambientes multi-representacionais? Quais as relações que eles estabelecem entre as diferentes maneiras de se representar uma função?

Considerando que às diferentes formas de se representar uma função possam estar associados diferentes significados, é possível descrever como se produzem tais significados?

### **Referencial Teórico**

A teoria das representações sociais vem sendo desenvolvida desde a década de 60 por Serge Moscovici, Denise Jodelet e outros. Tem como principal objetivo investigar os fenômenos relativos à produção de conceitos no dia a dia. Apesar de a distinção feita por Moscovici (1978) entre os universos reificados - característicos dos pensamentos eruditos e científicos - e os consensuais - que correspondem às atividades intelectuais produzidas a partir das interações sociais cotidianas, acreditamos ser possível estabelecer algumas aproximações entre os processos de aquisição de novos conceitos científicos e os processos que envolvem a construção de representações sociais. O próprio Moscovici nos fornece elementos neste sentido, ao indicar que não é o fato das representações sociais serem produzidas e compartilhadas socialmente que as distingue, por exemplo, de um conceito científico. Esta diferença se daria num aspecto funcional. Além disso, a aprendizagem de conceitos científicos na escola básica tem por objetivo último sua utilização pelo indivíduo em todas as instâncias da vida social, ou seja, a formação global do indivíduo para uma sociedade complexa. Portanto, espera-se que essa aprendizagem se reflita na maneira como o indivíduo se relaciona em seu ambiente. A teoria das representações sociais pode, nesse sentido, trazer importantes subsídios para respondermos às questões anteriormente formuladas. Ao investigar o processo de formação de representações sociais, Moscovici destacou dois mecanismos básicos característicos deste processo aos quais chamou

*objetivação* e *ancoragem*. Seu interesse em investigar as sociedades modernas decorre justamente do fato de que nessas sociedades há uma grande interação entre estes dois universos. A todo instante a ciência produz novos conceitos, esclarece fatos, propõe modelos e isso tudo acaba sendo incorporado à sociedade. No entanto, estes elementos novos geram um certo grau de estranheza, de não familiaridade, que perturba e intriga as pessoas. É o caso, por exemplo, da enxurrada de gráficos e diagramas de funções que nos chegam através dos jornais, televisão, falando de assuntos fundamentais à nossa compreensão dos tempos de hoje. O novo é sempre assustador, na medida em que possa por em risco os referenciais a que estamos habituados. Daí a necessidade de transformar o não familiar em familiar.

Ancoragem consiste num processo de integração do novo a um sistema de referências simbólicas preexistente e nas transformações aí implicadas. Segundo Moscovici, ancorar é classificar e denominar. O pressuposto de transformar o não familiar em familiar, que está na base do mecanismo de construção das representações sociais, também pode ser encontrado em outros processos.

Billig (1993) propõe uma aproximação entre as teorias das representações sociais e abordagens da retórica. Para ele, a maior parte dos pensamentos do cotidiano estabelecem-se através da argumentação. A retórica pressupõe a possibilidade de rejeição do argumento. A argumentação está sempre sujeita a réplicas. A capacidade de negar parece ser a base do pensamento humano e, sem negação, não tem sentido falar em deliberação. O pensamento envolve aceitação e rejeição, crítica e justificação e, sem negação, nada disso é possível. Uma de suas críticas à teoria das representações sociais diz respeito exatamente à pouca valorização dos processos envolvidos na argumentação para a compreensão do pensamento social. Acreditamos que a Teoria da Argumentação de Perelman (1996) é uma forte ferramenta para a análise das representações sociais. Esta articulação já foi realizada com sucesso na análise de falas do cotidiano na busca de representações sociais, por C. R. Castro (1998).

Os resultados encontrados por Hershkowitz (1989), ao investigar de que forma os exemplos prototípicos interferem na aprendizagem de conceitos geométricos, parecem corroborar a posição de Moscovici. Em sua pesquisa, Hershkowitz observou que os alunos se utilizam, com grande frequência, de exemplos prototípicos para avaliar situações envolvendo

conhecimentos geométricos. Isto significa que, ao avaliarem uma determinada situação, para decidirem se esta pode ser incluída ou não em determinada categoria conceitual, utilizam-se de exemplos prototípicos para fazerem a comparação, ao invés de se basearem na definição matemática daquele conceito. Além disto, assinala Hershkowitz, os alunos, na maioria das vezes, utilizam-se de atributos inadequados para fazerem tal comparação, pois tomam atributos específicos do exemplo prototípico no lugar de atributos que caracterizariam o conceito em questão.

Uma vez caracterizada a ancoragem, fica mais fácil compreender uma das conseqüências deste processo: “o objeto deixa de ser aquilo **de que** se fala para se transformar naquilo **através de que** se fala. O objeto se torna uma referência segundo a qual o indivíduo ou grupo pode expressar seus pensamentos e explicar o mundo.

O segundo processo de elaboração das representações sociais foi denominado objetivação. Ele corresponde à face figurativa da representação. Objetivar, portanto, é traduzir uma idéia numa imagem, é uma tentativa de encontrar uma imagem que corresponda a certa idéia, é a busca de se materializar uma idéia abstrata numa imagem concreta. Moscovici admite, no entanto, que existem certos conceitos que não podem ser ligados a imagens.

Tendo identificado os dois processos responsáveis na produção de representações sociais, iremos tomá-los como referência em nossa investigação a respeito da aprendizagem do conceito de função. Para isto, estamos partindo do pressuposto de que a aprendizagem de conceitos matemáticos, apesar de ter como objeto alguns conceitos científicos, ocorre no ambiente escolar e este, a nosso ver, está muito mais próximo dos universos consensuais do que dos universos reificados. Deste modo, iremos investigar a aprendizagem do conceito de função a partir dos processos de ancoragem e objetivação acima descritos.

As diferentes representações de função construídas através da história da matemática foram moldando este conceito, o que lhe atribui uma natureza extremamente dinâmica. Desse modo, a aprendizagem de funções não pode ser avaliada pela capacidade de enunciação de uma definição formal. Pelo contrário, o que está em jogo são as representações produzidas pelos alunos para o conceito e isto dependerá das condições de elaboração das representações sociais acima mencionadas. É justamente a diversidade de representações que são compartilhadas pelos diferentes grupos sociais que dão vida ao conceito,

permitindo que ele seja alvo de discussões e que possa encampar novas representações, transformando-se ao longo da história.

Verificamos que na argumentação constituem-se e a transformam-se as representações e, ao mesmo tempo, que são as representações que fornecem o material que compõe os argumentos. Este aspecto torna-se, portanto, de extrema importância para o nosso estudo pois, segundo a nossa hipótese, aprender funções é construir representações de tal conceito e, para isso, torna-se necessário negociar significados, ou seja, argumentar.

### **Metodologia**

Para investigarmos as questões formuladas acima, optamos por organizar um grupo de 5 alunos, da 8ª série do ensino fundamental, que nunca houvesse estudado funções. Foram encontros semanais, com duração de 90 minutos, realizados no período Outubro/Dezembro de 1998, no Laboratório de Informática do Colégio Pedro II, uma escola pública, onde os alunos estudavam. As atividades foram registradas através de gravações de áudio e/ou vídeo. Ao todo, foram realizados sete encontros. O planejamento e a organização das atividades buscaram privilegiar a interação e a fala dos alunos. São as falas destes alunos, juntamente com seus registros por escrito e com aquilo que digitam ao interagirem com o computador, que constituíram o nosso material de análise.

A cada encontro, foi pedido aos alunos que escrevessem e, sobretudo falassem, o que entendiam por funções. Desta maneira, foi possível, não só, acompanhar como iam sendo produzidos novos significados para função, mas também identificar as representações (conteúdos e métodos) utilizadas nos processos de ancoragem e objetivação.

Outra característica das atividades propostas foi propiciar, aos alunos, a oportunidade de trabalharem com as diferentes maneiras de se representar uma função. Esta característica se sustenta nos resultados de recentes trabalhos em Educação Matemática a respeito deste tema (Borba 1994, Hershkowitz e Schwarz 1998), onde podemos constatar a importância atribuída a este aspecto. Neste sentido, achamos fundamental o uso do computador e optamos por trabalhar com dois diferentes softwares. Nosso desejo era que os softwares fossem encarados pelos alunos, não como o elemento central de nosso estudo, mas como um dentre os diferentes elementos que compõem o ambiente de aprendizagem. Assim sendo, alternamos atividades abertas – onde o nosso interesse estava centrado nas estratégias utilizadas pelos alunos, nas conjecturas por eles formuladas e no debate destas

conjecturas –, com atividades direcionadas, cujo objetivo principal era a familiarização do aluno com o software, ou seja, a sua instrumentalização. Deste modo, optamos por utilizar dois softwares em nossa pesquisa: o Greenglobes e o TRM.

O Greenglobes é um software elaborado por Dugdale e Kibbey<sup>1</sup>, cujo enfoque principal é o estudo de Geometria Analítica. Trata-se, fundamentalmente, de se associar curvas a equações. Ele oferece algumas interfaces de trabalho, dentre as quais nos utilizamos de duas: a *greenglobes*, que é um jogo cujo objetivo é acertar pontos espalhados num plano cartesiano, que aparecem na tela do computador; e a *linear and quadratics equations*, um outro tipo de jogo, cujo objetivo é identificar a equação correspondente a uma certa curva fornecida pelo software. Em ambas interfaces, o jogador interage com o software através do teclado, onde digita equações, observando na tela a curva correspondente à equação digitada.

O TRM é um software desenvolvido por Schwarz<sup>2</sup> com o objetivo específico de intervir sobre o ensino/aprendizagem de funções. Ele dispõe de três janelas diferentes, onde o aprendiz poderá trabalhar com as representações tabular, gráfica e algébrica de uma função. Cada uma destas janelas apresenta um menu, onde constam os comandos que podem ser executados naquela janela. Há também a possibilidade de transferir dados de uma janela para outra, permitindo assim uma maior integração das três representações. Uma das razões que nos levou a escolher este software, é o fato de ele viabilizar o trabalho com diferentes aspectos que julgamos fundamentais no estudo de funções, como, por exemplo, as noções de domínio, contra-domínio, imagem, variável e a construção de gráficos.

As atividades apresentaram situações em que os alunos foram levados a fazer conjecturas, a apresentar e discutir seus argumentos. A capacidade argumentativa está, a nosso ver, intimamente relacionada com a produção de novos significados para um dado conceito. É a partir de pontos de vista distintos que a argumentação se faz necessária, quando o principal objetivo é o convencimento do interlocutor.

Os alunos dispuseram de computadores e software que possibilitam um acesso mais rápido e dinâmico a essas representações. Estas atividades foram registradas através de gravações e/ou filmagens. Além disso, os registros por escrito dos próprios alunos também serviram

---

<sup>1</sup> Comercializado pela Sunburst

<sup>2</sup> direitos autorais concedidos a Janete B. Frant

como fonte de dados para esta pesquisa. Nossa análise dos dados recaiu, sobretudo, nas falas e nos argumentos produzidos pelos alunos durante a realização das atividades. Os elementos das representações sociais foram identificados a partir da análise das estratégias argumentativas utilizadas pelos alunos na realização das atividades. Esta análise está baseada na Teoria da Argumentação de Perelman, que estabelece uma tipologia permitindo identificar, classificar e relacionar os diferentes argumentos e acordos.

### **Resultados da Pesquisa**

Através da reflexão sobre a noção de conceito foi possível inserir o presente trabalho numa perspectiva pragmática, delimitando claramente os objetivos desta investigação e os referenciais teóricos que seriam utilizados. O objetivo da pesquisa determinou dois recortes sobre o material disponível. No primeiro, procuramos centrar nossa atenção nas articulações estabelecidas pelos alunos entre os modos matemáticos de se representar uma função. No segundo, preocupamo-nos com a inserção destes resultados numa perspectiva dinâmica, tomando como referência os processos de ancoragem e objetivação. A partir da seleção do material, a análise centrou-se sobre a reconstrução das estratégias argumentativas que caracterizaram estes diversos momentos. Para isto seguimos os seguintes passos: 1) reconstrução de seqüências coerentes de raciocínios; 2) preenchimento dos espaços implícitos; 3) identificação dos significados produzidos relevantes; 4) caracterização dos argumentos através de esquemas; 5) interpretação dos esquemas. Identificar as interligações entre as diferentes representações foi possível por que estas interferem-se mutuamente com a representação verbal, conforme o esquema 1.

Os resultados por nós obtidos reiteram, em primeiro lugar, a importância do uso de novas tecnologias no estudo de funções. Muitos dos significados produzidos para função, ao longo deste trabalho, só foram possíveis em virtude de estarmos trabalhando com alguns softwares educativos. Isto não significa, de forma alguma, que estejamos atribuindo o surgimento de determinado significado ao uso deste ou daquele software. O significado não está no software. Este é apenas um meio de expressão, como tantos outros, para os quais os alunos produzem significados. O que queremos dizer é que o ambiente de trabalho tanto pode favorecer o surgimento de certos significados, quanto pode inviabilizar o aparecimento de outros. Por exemplo, as relações estabelecidas pelos alunos entre as representações gráfica e algébrica de uma função do 1º grau, dificilmente teriam surgido

num ambiente tradicional de sala de aula. Foi através da exploração do software greenglobes que eles chegaram àquelas conclusões. Foi uma interpretação deles, particular, para aquele texto. Uma interpretação que, além de tudo, teve de ser negociada. O mesmo pode ser dito em relação à “tese do ponto médio” e a outras inúmeras situações.

Um outro aspecto que também nos parece relevante, diz respeito à variedade de softwares utilizados. O greenglobes, apesar de ser um software mais direcionado para o estudo da Geometria Analítica, mostrou-se bastante rico para ser explorado em atividades que tenham por objetivo o estabelecimento de relações entre as representações gráfica e algébrica de uma função. Através dele, os alunos puderam estabelecer estratégias e chegar a conclusões próprias e bastante originais. Já o TRM, por se destinar ao estudo de funções, permite-nos a exploração de outros aspectos, como as noções de Domínio, Contra-Domínio, as etapas a serem observadas na construção de gráficos, além de oferecer a oportunidade de se explorar mais a representação tabular de uma função. Percebemos, então, que cada software, dentro das suas peculiaridades, permitiu-nos diferentes abordagens do tema em questão. Ao observarmos as transformações por que passa a idéia de função, ao longo de toda pesquisa de campo, um aspecto logo nos chama a atenção. Os significados atribuídos a função quase sempre estão remetidos às atividades feitas em cada dia. Isto só não ocorreu no primeiro encontro, onde a maior parte dos significados estão ancorados na representação que fazem da Matemática. Uma possível explicação para isto, talvez esteja no fato das atividades e debates terem se constituído nas únicas fontes de informação para estes alunos. Eles não dispunham de nenhum outro material, como livros ou cadernos, onde pudessem buscar a resposta para a pergunta ‘O que é função?’. Além das referidas fontes de informação, só dispunham daquilo que chamamos de “arquivos individuais”, ou seja, o conjunto de experiências, conhecimentos, habilidades que haviam construído ao longo de suas vidas. Daí terem ancorado função, basicamente, nas inferências e conclusões feitas a partir das atividades.

Fica claro, a partir daí, o porquê da principal idéia associada a função ter sido a atividade com gráficos. A ênfase na representação gráfica foi uma opção que fizemos, em contraponto à ênfase que o ensino tradicional costuma fazer sobre a representação algébrica. Nossa expectativa era de que, ao privilegiarmos a representação gráfica, estaríamos viabilizando o produção de significados alternativos àqueles tão freqüentemente

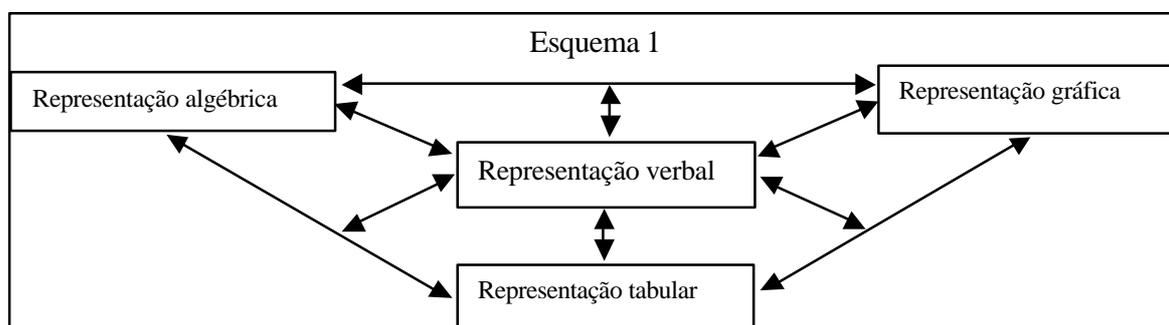
associados a função no ensino tradicional. Esta nossa expectativa confirmou-se plenamente e os resultados, a seguir, mostram isto com clareza.

Nas relações estabelecidas entre as representações gráfica e algébrica de uma função de 1º grau, percebe-se, nitidamente, a importância dada pelos alunos a aspectos geométricos. Assim, os coeficientes da representação algébrica ganham uma dimensão geométrica, ao serem associados aos valores em que a reta intercepta os eixos; por outro lado, a inclinação (crescente ou decrescente) da reta ganha uma dimensão algébrica, ao ser associada ao sinal dos coeficientes. Isto sem falar na própria estrutura da equação, que é uma para as retas que passam pela origem e outra para as demais retas.

Uma outra situação que confirmou nossas expectativas, deu-se no último encontro. Para solucionarem o problema proposto, os alunos, além de se utilizarem da representação gráfica para uma investigação inicial, formularam, em função da representação escolhida, uma conjectura que chamamos de “tese do ponto médio”. A formulação de tal conjectura, além de apresentar uma solução bastante original para o problema proposto, revela-nos um outro aspecto que consideramos ainda mais importante: o fato dos alunos terem se utilizado da representação gráfica como ferramenta para investigarem o problema. Para a confirmação da “tese do ponto médio”, no entanto, os alunos precisaram recorrer às demais representações daquela função, utilizando-se, como foi visto, de equações e tabelas.

O último ponto que gostaríamos de mencionar diz respeito a tentativa que fizemos, de articular a teoria das representações sociais aos processos de produção de significados. Como procuramos mostrar em nossa análise, achamos plenamente viável esta articulação. Investigar a produção de significados para função, sob a ótica dos processos de objetivação e ancoragem, trouxe-nos algumas vantagens. Primeiramente porque pudemos formular uma abordagem que levasse em conta o aspecto dinâmico da produção de conhecimento. Em segundo lugar porque, enquanto educadores, estamos sempre buscando entender e explicar este difícil e complexo fenômeno, que nos desafia em nosso dia a dia, chamado aprendizagem.

Temos consciência que esta é apenas uma, dentre diferentes possibilidades de se abordar a produção de significados para função. Os resultados por nós obtidos, com certeza, ainda são muito iniciais para que possamos ter uma dimensão exata da fertilidade desta articulação. Esperamos, contudo, que possam servir para estimular novas pesquisas nesta área.



#### Bibliografia

- BAKHTIN, Mikhail, *Marxismo e Filosofia da Linguagem*, Hucitec, São Paulo, 8ª edição, 1997, p. 196
- BILLIG, Michael, "Empirical approaches to social representations" in: *Studying the thinking society: social representations, rhetoric and attitudes*, Clarendon Press, Oxford, 1993.
- BORBA, Marcelo de Carvalho, *Students' understanding of transformations of functions using multi-representational software*, Tese de doutoramento, Cornell University, Nova Iorque, 1993.
- BORBA, Marcelo de Carvalho, "Computadores, representações múltiplas e a construção de idéias matemáticas" in: *Bolema*, ano 9, especial 3, p 83-101, UNESP, Rio Claro, 1994.
- CAMPBELL, S. e DAWSON, A. J., "Learning as embodied action" in: *Exploiting mental imagery with computers in Mathematics Education*, Springer, 1995, p233-249.
- FAINGUELERNT, Estela Kauffmann, "Representação do Conhecimento em Matemática: Transformações no Plano – Translação e Simetria" in: *Bolema*, ano 9, especial 3, p 1-13, UNESP, Rio Claro, 1994.
- FAINGUELERNT, Estela Kauffmann, *Representação do conhecimento geométrico através da informática*, Tese de doutorado da Coppe UFRJ, Rio de Janeiro, 1996.
- FISCHBEIN, E. *Intuition in science and Mathematics: an educational approach*, Kluwer Academic Publishers, 2ª ed, Dordrecht, 1994.
- FREGE, G. *Lógica e Filosofia da Linguagem*, Editora Cultrix, São Paulo, 1998.
- HERSHKOWITZ, R. e SCHWARZ, B. "Unifying cognitive and sociocultural aspects in research on learning the function concept", in: *anais do XXI PME*, vol 1, p 148-164, Lahti, Finlândia, 1997
- HINTIKKA, Jaakko, "Estratégia e teoria da argumentação" in: Carrilho, M. M. (org) *Retórica e Comunicação*, Edições Asa, Porto, 1994.
- JODELET, D. "Représentations Sociales: phénomènes, concept et théorie." in: MOSCOVICI, S. (ed) *Psychologie Sociale*, Presses Universitaires de France, Paris, 1984.
- MOSCOVICI, Serge, *A Representação Social da Psicanálise*, Zahar, Rio de Janeiro, 1978.

- MOSCOVICI, Serge, "The phenomenum os Social Representations" in: FARR, R.M. e MOSCOVICI, S.(eds.) Social Representations, Cambridge University Press, Cambridge, 1984a
- NUÑEZ, R. E., EDWARDS, L. D. & MATOS, J. F., Embodied cognition as grounding for situatedness and context in Mathematics Education, Paper accepted for publication in Educational Studies in Mathematics, July, 1997.
- PALMER, Stephen, Human ontology and rationality, Ashgate Publishing, Aldershot, 1992
- PERELMAN, Chaim. "La Philosophie du pluralisme et la Nouvelle Rhétorique" in: Revue Internationale de Philosophie, no 127/128 "La Nouvelle Rétorique", p 5-17, trad. Monica Rabello de Castro, 1979.
- PERELMAN, C. e OLBRECHTS-TYTECA, L. Tratado da Argumentação - a nova retórica, Martins Fontes, São Paulo, 1996, p 653
- RABELLO DE CASTRO, Monica, Retóricas da rua: educador, criança e diálogos, Editora Universitária Santa Úrsula/Amais Livraria e Editora, Rio de Janeiro, 1997, p. 265
- SCHWARZ, Baruch, The use of a Microworld to improve ninth graders concept image of a function: the Triple Representations Model curriculum, tese de doutorado, Instituto Weizmann, Jerusalém, 1987.
- SCHWARZ, Baruch e HERSHKOWITZ, Rina, Prototypes: Brakes or Levers in Learning the Function Concept? The role of Computer Tools, Paper submitted to the Journal for Research in Mathematics Education, 1998.
- VARELA, F. J., THOMPSON, E. & ROSCH, E. The embodied mind: Cognitive science and human experience, MIT Press, Cambridge, 1991.
- VINNER, S. "The role of Definitions in teaching and learning of Mathematics" in: TALL, D. Advanced Mathematical Thinking, Mathematics Educaation Library, Vol 11, Dordrecht/Boston/London, Kluever Academic Publishes, 1994.
- WITTGENSTEIN, Ludwig, Investigações Filosóficas, Ed. Abril Cultural, coleção Os Pensadores, São Paulo, 1979.