CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE SIMETRIA ROTACIONAL ATRAVÉS DE UM AMBIENTE NO CABRI-GÉOMÈTRE: ANÁLISE DE UMA SEQÜÊNCIA DIDÁTICA

Autores: Abraão Juvêncio de Araújo (UFPE)
Verônica Gitirana (UFPE)

Nome do GT – Educação Matemática
Número do GT – 19

Introdução

Uma das possibilidades mais fascinantes do ensino de Geometria consiste em levar o aluno a perceber e valorizar sua presença em elementos da natureza e em criações do homem. Isso pode ocorrer por meio de atividades em que ele possa explorar formas como as de flores, elementos marinhos, casa de abelha, teia de aranha, ou obra de arte, esculturas, arquitetura, ou ainda, em desenhos feitos em tecidos, vasos, papéis decorativos, mosaicos, pisos, etc.(Brasil, 1997, pág.128)

Um conceito geométrico que está muito presente no mundo físico e ocupa lugar de destaque no cotidiano das pessoas, nas formas existentes na natureza, nas construções humanas, nas artes, nas ciências etc. é o de simetria. Noël (1988) afirma que as construções na arquitetura e na arte mostram, através das diferenças culturais, que a simetria tem acompanhado os homens através dos tempos mesmo quando é usado para construir objetos assimétricos. Este autor acredita, ainda, que a idéia de simetria poderia vir da experiência que o homem tem com o seu corpo e com a natureza. E mais, Dreyfus e Eisenberg (1990) apontam para a onipresença da idéia de simetria na cultura humana, citando, inclusive, no campo da ciência, o testemunho de grandes cientistas do nosso século sobre o papel central deste conceito na formulação das leis maiores do universo. Por outro lado, esses autores afirmam que *"o papel da simetria na matemática é bem conhecido, mas o seu papel no processo de ensino-aprendizagem é uma história pouco contada"(pág. 53).*

Como conseqüência dos novos direcionamentos do ensino de geometria, apontados pelos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN’s, os livros didáticos destinados ao Ensino Fundamental já começam a introduzir o conceito de simetria desde as séries iniciais. Por outro lado, os PCN's mostram também a necessidade de se incorporar as tecnologias como um recurso importantíssimo que deve ser utilizado em sala de aula, com a finalidade de auxiliar no processo de construção do conhecimento e servir como meio para desenvolver a autonomia do aluno, possibilitando pensar, refletir e criar soluções para os problemas enfrentados.

Dentre essas novas tecnologias, o computador vem se constituindo em uma ferramenta cada vez mais presente na escola, contribuindo com a construção do conhecimento ao integrar muitas experiências em sala de aula. Na interação com o computador entram *"em jogo diversos aspectos do funcionamento cognitivo como criação de outras formas de relação espaço-temporal; o gerenciamento da memória; a forma de representação do conhecimento e sua capacidade de modelar o real". (Bittencourt,1996 p.2)*.

Dentre os softwares educativos desenvolvidos e em produção para serem utilizados pelo professor como ferramenta didática, o Cabri-géomètre[4] propicia tratar de forma interativa a geometria elementar. Este software proporciona desenhar na tela do computador, a partir de suas propriedades, a representação de uma figura com simetria de rotação, movimentá-la, corrigir seus erros, armazená-la, etc. Estas características facilitam que o conhecimento geométrico possa ser trabalhado numa abordagem por transformações.

Este trabalho tem como objetivo apresentar e analisar didaticamente uma seqüência de ensino para a construção do conceito de simetria rotacional, elaboradas num ambiente computacional com o Cabri-géomètre, para alunos de 6ª série do ensino fundamental.

Considerações teóricas

O conceito de simetria, do ponto de vista matemático, se fundamenta em dois conceitos: o de isometria e o de invariância de uma figura por um grupo de isometrias (Weyl, 1952). No âmbito da geometria, essas idéias implicam que, no estudo da simetria, três elementos intervêm de forma indissociável: (i) transformação isométrica; (ii) figura geométrica; (iii) invariância dessa figura, face a transformação.

Assim, dizemos que uma figura F é simétrica relativamente a uma transformação isométrica T se a figura F é invariante por T, ou seja, se a transformação aplicada à figura F tem como imagem a própria figura F [T(F) = F].

As simetrias são classificadas em: reflexão em relação a uma reta, rotação em torno de um ponto, translação com deslizamento e reflexão com deslizamento. Há ainda a simetria central, mas que pode ser considerada como um caso particular da simetria rotacional. Destacam-se para o estudo das simetrias no ensino fundamental as de reflexão e a de rotação, tendo em vista que as simetrias de translação e de reflexão com deslizamento, a rigor, só podem ocorrer em figuras ilimitadas. Dentre estas, priorizamos para este estudo as figuras com simetria de rotação. Em particular, no nosso estudo, tomamos, como ponto de partida na elaboração da seqüência, um trabalho de Hart (1982) sobre isometria de rotação.

Neste estudo, realizado com alunos ingleses de 14 anos de idade, quando interagindo com uma seqüência de atividades desenvolvidas em ambientes com lápis e papel, Hart (1982) identificou algumas dificuldades referentes à aprendizagem de rotação ao investigar o desempenho desses alunos em atividades que envolviam aspectos que se relacionavam à posição do centro de rotação, à preservação da distância do centro de rotação aos pontos correspondentes e inclinação dos objetos desenhados na folha de papel. Em suas conclusões, Hart afirma que:

—Ao desenhar a imagem de uma figura rotacionada em torno de um ponto, os alunos encontraram mais facilidades para determinar a inclinação correta da imagem (o ângulo) do que para localizar corretamente sua posição em relação ao ponto de referência; os alunos desenhavam a figura (ou ponto) conservando o ângulo, mas não a distância da imagem ao ponto de referência.

— Ao tentar localizar o centro de rotação, em situações em que eram dados dois desenhos (uma figura geradora e sua imagem), de forma geral, os alunos tomavam como referência apenas uma variável (a preservação da distância do centro de rotação aos pontos correspondentes ou inclinação dos objetos). Isto é, os alunos desenhavam o ponto conservando o ângulo, mas não a distância do ponto desenhado aos pontos correspondentes da figura ou desenhavam o ponto mantendo constante a distância dele aos pontos correspondentes, mas não conservando a medida do ângulo. Nesse caso, há uma tendência dos alunos tomarem como referência apenas um par de pontos correspondentes da figura.

Essas dificuldades aumentavam quando a situação exigia do aluno a capacidade de controlar a relativa distância do centro de rotação para as partes correspondentes da figura bem como a congruência dessas partes e as inclinações corretas (ângulo de rotação).

Em nosso estudo, sobre o conceito de simetria de rotação, além de levarmos em consideração, as variáveis constitutivas do saber utilizadas por Hart (1982), procuraremos também controlar a relação entre o número de partes correspondentes que compõe a figura e o ângulo de rotação.

Considerações sobre o uso do Cabri-géomètre

O ambiente Cabri-géomètre [1] é um software que apresenta as características que permitem utilizar o computador como uma ferramenta auxiliar para investigação de como se dá a aquisição de conceitos geométricos. Ele é definido como um conjunto de objetos elementares (ponto, reta, etc.) e por ações elementares (traça uma reta paralela a uma reta dada, determina o ponto médio de um segmento, etc.). Dessa forma, esse software permite uma certa interatividade do aluno com o meio e possibilita fazer, por comandos bem definidos em linguagem geométrica, as construções que se fazem no ambiente com papel e lápis.

O Cabri-géomètre permite explorar a geometria, através da manipulação[2] de objetos geométricos de base e preserva as propriedades geométrica dos objetos construídos com ações elementares. Essas características, segundo Laborde & Capponi (1994), ajudam o aluno a diferenciar a relação desenho/figura. Segundo esses autores, essa relação se torna

[1] O Cabri-géomètre foi desenvolvido em meados dos anos oitenta por J.M. Laborde, no LSD2-IMAG, laboratório do Centro Nacional da Pesquisa Científica – CNRS – e da Universidade Joseph Fourier, em Grenoble – França.

[2] A manipulação se dá agarrando e arrastando algum elemento de base (ponto , segmento, reta, etc.) com a ajuda do mouse.

muito mais difícil no ambiente com papel e lápis pois, devido o caráter estático do desenho, não facilita a identificação das propriedades.

A manipulação de objetos geométricos de base, no ambiente Cabri-géomètre, flexibiliza a interação do aluno com esse meio, numa situação de ação, na medida em que o obriga a fazer escolhas e tomar decisões. Como resultado dessa ação, o ambiente Cabri-géomètre retorna informações (feedback) que permitem ao aluno julgar o resultado de sua produção e, se necessário, tomar novas decisões que o levam a mudá-la ou melhorá-la.

Assim, por acreditar que o ambiente Cabri-géomètre promove processos de aprendizagem específicos e por possibilitar a criação de *situações* que propiciam os modos de ação e de validação, quando os alunos interagem com a máquina durante a resolução de situações-problema, optamos por utilizar esse instrumento para o desenvolvimento da seqüência de atividade.

Considerações metodológicas

A metodologia a ser empregada, neste estudo, resulta de uma adaptação da concepção de Engenharia Didática proposta por Artigue (1992). Esta metodologia se caracteriza pela existência de uma seqüência didática (que explicita a relação existente entre professor, aluno e o elemento do saber matemático) e pelo modo de validação interno. A metodologia proposta por Artigue é constituída de três fases: (i) análise preliminar; (ii) construção e análise a priori das situações da engenharia didática; (iii) experimentação, análise a posteriori e avaliação.

O estudo que agora discutimos foi realizado com 28 alunos de uma turma de 6ª série do Colégio de Aplicação da UFPE, com faixa etária entre 11 e 13 anos que trabalharam em duplas homogêneas, quanto ao conhecimento de simetria rotacional, segundo o índice de acerto no pré-teste. Os motivos principais que nos levaram a escolher essa instituição de ensino e uma turma de 6ª série para realização dessa pesquisa, justificam-se pelo fato de: (1) ser uma escola equipada com um laboratório de informática e os alunos envolvidos com o experimento já estarem familiarizados com o software Cabri-géomètre; (2) ser uma turma que já vivenciou, na 5ª série, o conceito de ângulo.

O experimento se deu numa sala de aula de informática, equipada com 16 computadores. Durante a fase de experimentação da seqüência didática, cada dupla de alunos trabalhou em um microcomputador, equipado com o Cabri-géomètre. Em cada uma das sessões, foram entregues a cada dupla um disquete com um arquivo contendo figuras já construídas (ou iniciadas) e uma ficha de trabalho com os comandos e informações necessárias ao desenvolvimento das tarefas. Além disso, as duas duplas investigadas tiveram suas atividades gravadas em áudio e em vídeo.

Para análise a posteriori e validação do estudo principal, utilizamos como fonte de dados os protocolos gerados pela aplicação do pré-teste; os protocolos gerados pelas fichas, onde os alunos fizeram suas anotações sobre cada atividade; os arquivos gravados em disquetes das atividades realizadas por cada dupla; as transcrições dos audio-visuais das interações realizadas por cada uma das três duplas escolhidas e as descrições das observações feitas durante a aplicação da seqüência didática.

Neste artigo, será discutido apenas uma análise construída a partir dos protocolos, dos arquivos gravados em disquete e dos registros das observações em sala de aula.

A seqüência

A seqüência de que trata este texto foi idealizada a partir dos pressupostos teóricos descritos anteriormente. Para tanto, foram estabelecidas que a seqüência didática deveria contemplar situações de construção que levasse o aluno a perceber:

- a relação entre o número de partes correspondentes e o ângulo de rotação;
- a congruência das distâncias de pontos correspondentes ao centro de rotação;
- que o ângulo que se forma entre os segmentos (imaginários), que ligam o centro de rotação à dois pontos correspondentes e consecutivos, tem a mesma medida do ângulo de rotação.

Assim, a seqüência completa é composta de um conjunto de cinco sessões, distribuídas da seguinte maneira: identificando movimento circular; desenhando imagem de uma figura por rotações, conhecendo-se a medida do ângulo de rotação; desenhando uma figura com simetria rotacional, conhecendo-se o número de partes correspondentes; desenhando uma figura com simetria rotacional, onde o ângulo de rotação não aparece explícito; desenhando uma figura com simetria rotacional, onde o centro de rotação não aparece explícito; reconhecendo polígonos regulares como sendo figuras com simetria rotacional.

A primeira sessão, denominada “as estrelas”, tinha como objetivo levar o aluno a identificar a circunferência como sendo a forma geométrica em que a distância de quaisquer de seus pontos ao centro é constante. Para tanto, o aluno dispunha do arquivo abaixo.

Fig. 1

Nesta sessão, o aluno, primeiramente, deveria movimentar as estrelas verdes e dizer o nome da trajetória descrita pelo centro de cada uma delas. Depois ele deveria identificar em qual das trajetórias a distância do centro da estrela verde ao ponto de referência (ponto O) é constante.

Os resultados mostraram que, para a trajetória da estrela 1 (circunferência), o índice de acerto foi de 100%; sendo que 71,4% responderam que tratava-se de um *circulo* ou *forma circular* e quatro duplas (28,6%) afirmaram ser uma *circunferência*. Para a trajetória da estrela 2 (triângulo), o índice de acerto foi de 92,8%. Para a trajetória da estrela 3 (elipse), o índice de acerto foi de 64%; sendo que sete duplas (50%) denominaram de *forma oval* e duas duplas (14,2%), de *elipse*. Os outros nomes registrados foram *retas, segmento de retas*; *ângulo* e *polígono*. Ressalta-se o fato de que, ao utilizar o comando “animação” para movimentar a estrala 3, por um problema do software, esta estrela não se deslocava continuamente na tela do computador. Certamente, este foi um dos fatores que contribuiu para que os alunos tivessem dificuldade de identificar a trajetória descrita por essa estrela. A estratégia privilegiada, por algumas duplas, para diferenciar a elipse da circunferência foi comparar a variação dos comprimentos dos segmentos que ligavam o ponto de referência (ponto O) ao centro de cada estrela quando esta estava em movimento.

Verificamos ainda que todas as duplas (100%) identificaram a estrela 1 como sendo aquela em que sua distância em relação ao ponto O (durante o deslocamento) se mantém constante. Sendo que dez duplas (71,4%), de forma geral, disseram que é porque a estrela 1 um movimento circular e quatro duplas (28,6%) fizeram referência a não variação do comprimento do segmento que liga o centro de cada estrela ao ponto O. Ressaltamos o fato de algumas duplas ao fazer referência ao movimento circular, disseram que é porque ele (o movimento circular) é o único que dá um giro de 360^o.

Estes resultados e estratégias já estavam previstos na análise a priori, excetuando-se o problema causado pelo software (a estrela 3 desse saltos), o que deve ter contribuído para que algumas duplas identificassem a trajetória dessa estrela como sendo *retas*, *segmento de retas*; *ângulo* e, até mesmo, *polígono.*

A segunda sessão, denominada “as bandeiras”, teve como objetivos proporcionar ao aluno a desenhar a imagem de uma figura aplicando rotações. A idéia subjacente era de levar o aluno a perceber que, numa figura obtida por isometria de rotação, a distância de um ponto qualquer ao centro de rotação é igual à distância entre a sua imagem e o centro de rotação e o ângulo que tem lados (visualizados mentalmente) que ligam o centro de rotação à dois pontos correspondentes têm a mesma medida do ângulo de rotação. Para isso, os alunos tiveram à sua disposição um arquivo que ao ser aberto no Cabri-géomètre apresentava dois quadros como desenhos de bandeiras (fig. 2) que podiam ser giradas em torno do ponto O (centro de rotação).

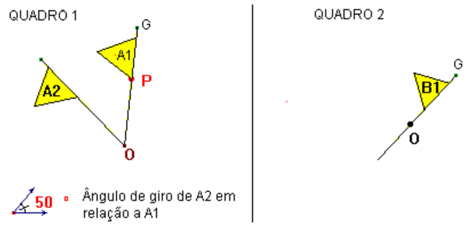

Fig. 2

No primeiro momento, solicitou-se que o aluno observasse a figura do quadro 1, movimentando seus elementos, e dissesse quais as relações que se estabeleciam entre os objetos da figura. Num segundo momento, solicitou-se que o aluno desenhasse a imagem da bandeira (no quadro 2) aplicando rotações de 100^o, obtivesse dois pontos (P e P') correspondentes (sobre as bandeiras) e observasse a relação entre os segmentos PO e P'O bem como a relação entre os ângulos POP', quando P estava em movimento.

Os resultados mostram que, observando a figura do quadro 1, apenas três duplas (21,4%) perceberam a congruência das distâncias dos pontos correspondentes (P e P') ao centro de rotação e três duplas (21,4%) perceberam que o ângulo POP' tem a mesma medida do ângulo de rotação.

Todas as duplas (100%) conseguiram desenhar a imagem da bandeira e obterem dois pontos correspondentes (P e P'), aplicando rotação. Entretanto, algumas dessas duplas apresentaram dificuldades referentes ao uso dos comandos do software Cabri-géomètre para marcar e medir ângulos e para aplicar rotações. Após desenharem a figura, oito duplas (71,4%) perceberam que os comprimentos dos segmentos (imaginários) PO e P'O são iguais, e doze duplas (85,7%) reconheceram que a medida do ângulo POP' é a mesma do ângulo de rotação. Nos dois casos, a estratégia privilegiada foi de imaginar a resposta se apoiando na visualização. Algumas duplas apoiaram suas resposta no fato de que a imagem do ponto P foi obtida por rotação. De forma geral, elas disseram que o ponto P' foi obtido usando o mesmo ângulo da rotação da bandeira e ambos se deslocam igualmente; por isso, P e P' estão à mesma distância em relação ao centro de rotação (ponto O) bem como o ângulo POP' mede 100^o.

Embora os resultados obtidos nessa sessão já estivessem previstos na análise a priori, o fato dos alunos não comprovarem empiricamente suas conclusões a respeito da medida dos segmentos PO e P'O bem como do ângulo POP' não foram previstos a priori. Outro acontecimento não previsto em nossas análise se refere às dificuldades que algumas duplas tiveram em fazer uso dos comandos do Cabri-géomètre para marcar e medir ângulo e, principalmente, de aplicar rotação. as conclusões sobre as medidas dos segmentos e do ângulo foram em geral pela racionalização da construção geométrica

A terceira sessão, denominada " o catavento", teve como objetivo proporcionar ao aluno desenhar uma figura com simetria rotacional conhecendo-se o número de partes correspondentes. A idéia era verificar se o aluno percebia que para desenhar a figura poderia encontrar a medida de ângulo dividindo 360º pelo número lados. Para tanto foi entregue aos alunos o arquivo abaixo.

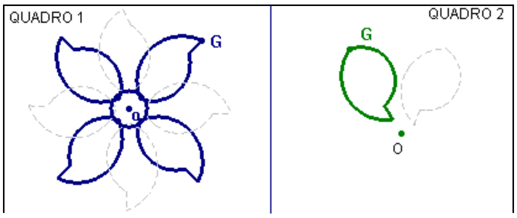

Fig. 3

Para a realização da atividade solicitava-se que o aluno observasse o desenho do catavento do quadro 1 e fizesse o registro relatando os aspectos que ele julgasse mais relevantes. Além disso, pediu-se que ele completasse o desenho do catavento com cinco pás (no quadro 2).

Os resultados mostram que 13 duplas (92,7%) desenharam a figura deixando indicado na tela um ângulo de giro medindo 72º e apenas uma dupla não desenhou a figura corretamente. A estratégia mais utilizada consistiu em os alunos dividirem 360º por cinco para encontrar a medida do ângulo de rotação e utilizarem esse resultado para aplicar a rotação. Entretanto, algumas duplas usaram a estratégia de aplicar rotações usando uma medida de ângulo qualquer para, só depois de desenharem as cinco pás, ajustarem a medida do ângulo por tentativa. Ressaltam-se o fato de que, só após desenharem a figura, algumas dessas duplas conseguiram perceber que o ângulo de rotação poderia ser obtido anteriormente. É interessante também notar a reincidência, em algumas duplas, das dificuldades aparecidas na sessão anterior, no momento em que os alunos tiveram que fazer uso dos comandos do software Cabri-géomètre para aplicar rotação.

Os resultados alcançados nessa sessão foram condizentes com nossas expectativas previstas na análise a priori, ressaltando-se a reincidência das dificuldades, por parte de algumas duplas, em fazer uso do Cabri-géomètre no início da atividade.

A quarta sessão, denominada de "logotipo", teve como objetivo proporcionar ao aluno desenhar uma figura com simetria rotacional conhecendo-se duas de suas partes correspondentes e consecutivas. A idéia era verificar se o aluno percebia que poderia determinar a medida do ângulo de rotação, que não aparece explicitamente na figura, a partir do reconhecimento de que o ângulo entre os lados (imaginários) que ligam o centro de rotação aos pontos correspondentes tem a mesma medida do ângulo de rotação. Para que isso pudesse acontecer, os alunos receberam o arquivo abaixo.

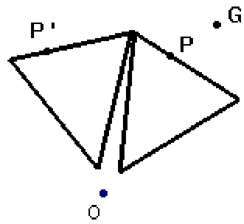

Fig. 4

Nesta sessão, verificamos que nove duplas (64,2%) desenharam a figura aplicando rotações de 45^{o}; duas duplas desenharam a figura aplicando rotações de 90^{o}; uma dupla desenhou a figura aplicando rotações de $314{,}8^{o}$; uma dupla desenhou uma figura aplicando rotações de 72^{o} e outra dupla desenhou, aplicando rotações de 69^{o}.

A estratégia preponderante consistiu das duplas imaginarem, a partir da disposição espacial dos triângulos, que a medida do ângulo deveria ser 45^{o} ou 90^{o}. Entretanto, algumas duplas desenharam a figura aplicando rotações, usando uma medida de ângulo aleatória, e, após obterem uma ou mais imagens, ajustaram a medida do ângulo de modo que os triângulos, dois a dois, estivessem com seus vértices coincidindo. Ressalta-se, o fato de que, algumas dessas duplas, após perceberem que a figura era formada por oito partes correspondentes validaram suas hipóteses (ou fizeram os ajustes finais na medida do ângulo), fazendo a verificação dividindo 360^{o} por 8. A dupla que usou o ângulo de 72^{o} imaginou que a medida do ângulo de rotação deveria ser a mesma utilizada na sessão anterior, certamente, motivada pelo fato de que o comando da questão dizia que a figura a ser desenhada deveria ter as mesmas características do catavento.

Embora tenhamos observado que os resultados alcançados mostraram que a maioria das duplas desenhou a figura corretamente, ressaltamos que a estratégia mais utilizada não havia sido prevista em nossa análise a priori. Entretanto, é provável que esta descoberta antecipada da medida do ângulo tenha sido favorecida pela escolha da figura durante a elaboração da atividade. Outra ressalva consiste no fato de que, também não havíamos previsto que o aluno poderia fazer uso das estratégias da sessão anterior (depois de ter desenhado a figura), procurando validar ou retificar seus resultados através da relação entre o ângulo de rotação e o número de partes correspondente.

A quinta sessão, denominada "logotipo 2", teve como objetivo levar o aluno a desenhar uma figura com simetria rotacional, quando o centro de rotação não havia sido fornecido. A idéia subjacente era verificar se o aluno percebia que para desenhar a figura, de modo que ela tivesse a mesma configuração da figura do quadro 1, teria de controlar a distância relativa do centro de rotação às partes correspondentes da figura. Para tanto, os alunos receberam o arquivo abaixo.

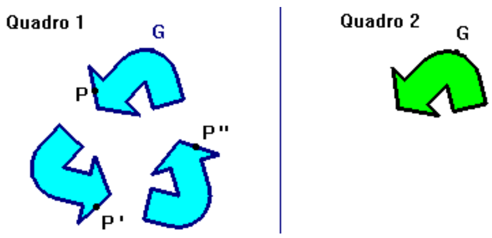

Fig. 5

As questões solicitavam que o aluno desenhasse uma figura com simetria rotacional aplicando, rotações de 120º, e fizesse com que ela tivesse a mesma configuração da figura do quadro 1.

Embora tenhamos observado que todas as duplas conseguiram desenhar uma figura (aplicando rotações de 120º em torno de um ponto criado intuitivamente), verificamos que a maioria não se apercebeu de que para deixá-la com a mesma configuração da figura do quadro 1 teriam que mexer na posição do ponto criado para ser o centro de rotação e controlar as distâncias (relativas) das partes correspondentes em relação a esse ponto, de modo que ela girasse dentro de um círculo (imaginário); apenas três duplas (21,4%) fizeram referência à essa distância relativa.

A sexta sessão, intitulada de "polígonos", teve como objetivo levar o aluno a desenhar um triângulo equilátero, um quadrado e um pentágono regular usando rotações. A idéia era levar o aluno a perceber que os polígonos regulares são figuras com simetria rotacional. Ficou convencionado que pentágonos regulares são formados por lados que têm a mesma medida e ângulo que também têm a mesma medida. Para tanto foram dados um arquivo contendo três segmentos.

Nas primeiras questões solicitava-se que o aluno desenhasse os três polígonos. Em seguida, pedia-se também que ele descrevesse as características comuns aos três polígonos, bem como um processo para desenhar um polígono com um número ***n*** (qualquer) de lados.

Os resultados mostram que todas as duplas conseguiram desenhar os três polígonos. A estratégia mais usada foi a de, primeiramente, encontrar o valor do ângulo de rotação (dividindo 360^o pelo número de lado do polígono), aplicar rotações em torno de um ponto criado e, por fim, movimentar o ponto (utilizado como centro de rotação) até obter a configuração desejada (fazer com que os lados dos polígonos fossem segmentos consecutivos). Também observamos que algumas duplas, inicialmente, aplicaram a rotação com uma medida de ângulo aleatória (depois de encontrarem o segmento que deveria ser o segundo lado), movimentaram o ponto utilizado como centro de rotação até que os dois segmentos (lados) ficassem consecutivos. Por fim, aplicaram as outras rotações e, novamente por tentativa, ajustaram a medida do ângulo e a posição do centro até obter a configuração desejada. Ressalta-se, que esse tipo de estratégia ocorreu com certa freqüência quando os alunos estavam desenhando as duas primeiras figuras. Normalmente, antes de construírem o pentágono eles já tinham se apercebidos da relação entre o ângulo de rotação e o número de lados. Uma dupla usou como estratégia desenhar os três polígonos aplicando rotações sucessivas, mas tomando como centro de rotação os pontos das extremidades dos lados. Neste caso, as medidas de ângulo utilizadas foram 60^o para o triângulo, 90^o para o quadrado e 108 graus para o pentágono. No caso do pentágono, essa estratégia também foi utilizada por outra dupla.

Com relação às característica comuns, encontramos sete duplas (50%) que disseram tratar-se de polígonos (ou figuras) regulares e sete duplas (50%) que, talvez por entenderem o comando das questões, associaram as características ao processo de construção das figuras. Ao descreverem o processo de construção de um polígono regular com um número qualquer de lados, observamos que 12 duplas (85,7%), de forma geral, disseram: *"Constrói um ângulo com 360 ¸ n, faz-se um ponto, rotaciona o lado já conhecido e move o ponto até os segmentos se alinharem, rotaciona o resto"*. Ressalta-se o fato de que algumas duplas não fizeram referência ao ajuste que se deve fazer, mexendo no centro de rotação, depois de desenhar os lados para obter a configuração desejada.

Considerações finais

Os objetivos a que nos propúnhamos, no início do experimento, parecem ter sido alcançados, satisfatoriamente. Foi possível perceber que o grupo classe participou com grande interesse e motivação durante todas as sessões, apresentando evidências de que avançaram de maneira significativa na compreensão dos conceitos relativos à noção de simetria rotacional ao longo das sessões.

O software Cabri-géomètre foi uma ferramenta decisiva para a evolução, por parte do aluno, da compreensão da noção de simetria rotacional, constada a partir das observações das estratégias que foram sendo utilizadas durante a realização das atividades, ao longo das sessões. Isto foi possível porque o software oferece o recurso da mobilidade da figura geométrica, o que permitiu a identificação de invariantes, bem como a possibilidade de realizar construções recorrendo a processo de simulação e de ensaios e erros. Foi possível perceber, em vários momentos das atividades, que esses recursos (associada a agilidade) favoreceram ao aluno tomar decisões e refletir sobre a validade da produção. Ressalta-se, no entanto, a ocorrência de algumas dificuldades, por parte de algumas duplas, em relação ao uso dos comandos deste software, para marcar e medir ângulo bem como pala aplicar rotação.

Por fim, reconhecemos que a seqüência didática experimentada necessita de alguns ajustes, visando uma possível ré-elaboração e retestagem. De imediato, apontamos para a necessidade de ré-elaboração da:

— quarta sessão, modificando a figura fornecida no arquivo, tendo em vista que boa partes das estratégias utilizada pode ter sido favorecida pela configuração da figura.

— quinta sessão, uma vez que a variável que pretendíamos controlar não foi percebida pela maioria dos alunos como sendo necessária para execução da atividade.

BIBLIOGRAFIA

ARTIGUE, M. (1992): *Didactic Engineering.* In Research in Didactique of Mathematics: Selected papers. La pensée Sauvage, éditions, Grenoble.

BITENCOURT, J. (1996): Informática na Educação? Considerações a partir de um exemplo. 19ª Reunião Anual da ANPed.

BRASIL. (1997): Secretaria de Educação fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática : ensino de primeira a quarta séries. - Brasília : MEC / SEF.

BROUSSEAU,G. (1983):"Les obstácles epistemológique et les problémes d´ensignement", *Recherches en didactique des des didactique des matemátques* (La Pensée Sauvage, nº 4.2).

__________ (1997): Teory of Didactical Situations in mathematics. (Didactique des Mathématiques, 1970-1990). Mathematics Education Librery Volume19. Editado e traduzido por Balacheff, Nicolas at al. Kluwer Academic Publishers, DORECHT / Boston / London.

CHARNEY, R. (1996): "*Aprendendo (com) a Resolução de problemas*". In Didática da matemática: Reflexões psicopedagógicas (organizadoras: Cecília parra e Irma Saiz). Artes médicas.

DREYFUS, T. & EISENBERG. (1990): Th. *Symmetry in Matthematics*. In L. A. Steen (Ed): *Mathematics today. Twelve Informal, Essays.* Springer-Verlag, N.Y.

HART, K. (1982): Childrens's Understanding of Mathematics: 11-16.

LABORDE, C. & CAPPONI, B. (1994): Aprender a ver e a manipular o objeto geométrico além do traçado no cabri-géomètre. Em Aberto, ano 14, no 62, Brasília, INEP.

LEIKIN, R., BERMAN, A., ZASLAVSKY, O. (1997). *Definigng and Understanding Symmetry*. Techion - Israel Institute of Technology. Haifa, Israel 32000.

NÖEL, EMILE. (1988): *La symétrie aujourd'hui*. Paris- France, Édtions du Seuil,.

WEYL, H. (1952): *Symetry.* - Princeton University Press.